体験的活動を取り入れた授業実践

－学校設定科目「数学史」を通じた取組－

○○○○高等学校　○○　○○（数学科）

1　はじめに

本校では，数学嫌いや数学が苦手で，基礎学力が不足している生徒が多い。わからないからできない，できないからやらない，やらないからわからない。負の連鎖を引き起こしてしまう。問題を考える際には，じっくり考えることをせずに，すぐにあきらめてしまうことが多い。このような生徒は，２年次以降の科目選択において，数学を敬遠しがちである。

しかし，問題が解けたり，説明に納得できたりしたときには，ほとんどの生徒が楽しいと感じている。実際，生徒のアンケート結果でも，「数学を勉強して楽しいと感じるとき」について，次のような意見が多かった。

○答がわかったとき

○自分で理解してスラスラできたとき

○わからないことがわかるようになったとき

また，理解に至った方法として，「自分で実際に確かめたとき」という理由を挙げた生徒がいた。計算や公式を利用した解法から離れ，実験･実習などの作業的な学習に興味を持って取り組み，理解にたどり着いたということであろう。

このことから，いろいろな体験的な活動を通じて，生徒たち自らが手を動かして学習することで，より数学的理解を深め，「答えがわかった」，「理解できた」という状態になるのではないかと考え，本校の学校設定科目「数学史」を中心として，次の点をテーマに研究に取り組むことにした。

①体験的活動の実践

　生徒自身が手を動かし，試行錯誤することで，物事をじっくり考えさせる。

②体験を理解につなげる

　実習によってわかった事実を積み上げ，理解へと導く。

③普通科目への関連づけ

　数学史での実践を他の科目の導入に生かす。

以上の点を踏まえ，数学に対する興味や関心を生徒から引き出し，学ぶ意欲を駆り立てる授業を展開してみたい。

2　本校の概況

開講講座と履修年次は**表１**のようになる。本校は総合学科であるため，１年次における「数学Ⅰ」のみが必履修科目で，他に年次ごとの共通履修科目はなく，すべて自由選択科目となる。数学が好きな生徒や進路に必要な生徒は，複数の数学科目を選択するが，数学の苦手な生徒は全く選択しないという傾向が顕著（**表２**）である。

科目選択における消極的傾向は，数学だけに限らず，他の教科でも課題となっている。数学科では，進学希望者には数学Ⅱをはじめとする上位科目を，就職希望者には計算力向上を目指した生活数学や教養を伸ばす数学基礎・数学史などを勧めている。

表１　開講講座と履修年次

	科目名（単位数）	履修年次
必履修科目	数学Ⅰ（３）	１年
自由選択科目	数学Ａ（２）	１～３年
	数学Ⅱ（４）　数学Ｂ（２）　数学基礎（３） ※生活数学（２）　※数学研究２（２）	２～３年
	数学Ⅲ（３）　数学Ｃ（２）　※数学史（２） ※数学研究３（３）　※数学研究４（４）	３年

※印は学校設定科目

表２　数学未選択者数

年度	２年次	割合	３年次	(２年次も未選択)	割合
H18	124 人	50.0%	135 人	（71 人）	55.6%（29.2%）
H19	74 人	33.5%	118 人	（74 人）	51.5%（32.3%）
H20	88 人	44.8%	80 人	（31 人）	37.7%（14.6%）
H21	115 人	53.7%	68 人	（36 人）	39.3%（20.8%）

３　数学史の概要

「数学史」は，総合学科設置（平成９年度）に伴い開講された選択科目であり，３年次を対象に２単位で実施している。各時代の歴史的状況や数学者のエピソードなどを取り扱うほか，それらに関連した計算や問題の解法を紹介し，実習を多く取り入れた科目である。

開講当初は，実践例や教材等がなかったが，前任の藤崎俊浩先生・鏑木貞男先生が中心となり，文献の収集，実施方法の検討，内容の精選，教材作成などに努めてきた。現在は，下記のシラバスのとおり，授業を行っている。

<table>
<tr><td>教科
科目名</td><td>数学科
数学史</td><td>選
択</td><td>自由選択
（Ｆ講座）</td><td>単位数
学科・年次</td><td>２単位
総合学科　３年次</td></tr>
<tr><td colspan="2">使用教科書</td><td colspan="4">自主教材・モノグラフ数学史（科学新興新社）</td></tr>
<tr><td colspan="2">授業内容</td><td colspan="4">古代の数学（エジプト・バビロニア・ギリシャ・ローマなど）について，「どのようにして数学という学問が起こり発達してきたのか」を，その時代の文化とともに学習する。</td></tr>
<tr><td colspan="2">学習の到達目標</td><td colspan="4">①幾何学や代数学が生まれた理由について理解を深める。
②その時代の数学の特徴について理解を深める。
③社会生活の中での数学の必要性を認識できるようにする。</td></tr>
<tr><td colspan="2">成績評価の方法</td><td colspan="4">考査の成績で 70%　平常点で 30%</td></tr>
<tr><td colspan="2">課題・提出物等</td><td colspan="4">プリント提出等課題あり</td></tr>
<tr><td colspan="2">その他</td><td colspan="4">下記以外にも関連した内容を取り扱うことがある。</td></tr>
<tr><td colspan="2">授業計画</td><td colspan="3">内　　容</td><td>考査の有無・内容</td></tr>
<tr><td rowspan="3">前期</td><td>４月
５月</td><td colspan="3">古代エジプト
①古代エジプト人の生活，文字・数字
②パピルスの問題③ピラミッドの数学</td><td rowspan="2">第１回考査</td></tr>
<tr><td>６月</td><td colspan="3">バビロニアの数学
①古代バビロニア王国②バビロニアの 60 進法
③楔形文字④平方根・２次方程式</td></tr>
<tr><td>７月
９月</td><td colspan="3">ギリシャの数学
①時代背景②ギリシャ数学の特徴
③タレス④ピタゴラス</td><td>第２回考査</td></tr>
</table>

後期	10月 11月 12月 1月 2月 3月	アテネの繁栄 ①時代背景②ソフィスト③ゼノン④ソクラテス ⑤数と計算⑥ギリシャの三大難問 古代ローマ ①時代背景②ローマの文化 ③ローマ数字と計算④ローマの数学者 古代インド ①祭儀のための数学②天文学書の数学 ③インドの計算法④ゼロの起源⑤インドの問題 中世以降の数学 ①方程式の発展②数論の発展	第３回考査 第４回考査 第５回考査

本研究では，次の３点を題材に，研究を行った。
①古代エジプト（ピラミッドの数学）→ピラミッドの石の数
②古代ギリシャ（三大難問）→角の三等分
③古代インド（インドの問題）→ハノイの塔

4　授業実践１　ピラミッドの石の数を調べる

（1）授業展開の概要

数学史選択生徒 14 名を対象にピラミッドの石の数を求める公式の成り立ちについての授業を実施した。ここで利用する平方数の和の公式 $1^2+2^2+3^2+4^2+\cdots\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ がどのようにして成り立つのか，について学習した。

ステップ１

①紙パック（500mｌ）を多数用意し，実際にピラミッド（**写真１**）を作ってみた。
②ピラミッドの各段の石の数（紙パックの数）を調べさせ，それぞれが平方数であることを確認させた。

写真１　（７段のピラミッド）

ステップ２　（平方数の和の公式 $n=2$ の場合）

①紙パックを１つの角に集めたもの（**写真２，**以下ピースと呼ぶ）を多数用意した。これらを組み合わせて，パックの数を計算しやすい立体にできないか実験した。
②２段のピラミッドの場合，６個のピースを３個ずつ組み合わせると**写真３**のような立体が２つでき，それを組み合わせると直方体（**写真４**）ができることを確認した。

写真２（ピース：２段）

写真３（３個ずつ組み合わせたピース）

写真４（でき上がった直方体）

ステップ３　（平方数の和の公式 $n=3$ の場合）

①３段のピラミッドの場合についての実験を行った。**写真５**のようなピースを６個用意したが，２段のときのように，うまく組むことができなかった。
②そこで，**写真６**のような縦置きピースも使用してみると，横置きピース４個と縦置きピース２個で直方体（**写真７**）ができることを確認した。

写真５（横置きピース）

写真６（縦置きピース）

写真７（３段の直方体）

ステップ４　（平方数の和の公式 $n=4$ の場合）

４段のピラミッドでも直方体を作れるか実験した。横置き２個と縦置き１個でできる立体（**写真８**）を２つ組み合わせると，直方体（**写真９**）ができることがわかった。

また，２段のピラミッドでも，横置き４個と縦置き２個（**写真 10**）で直方体（**写真 11**）を作ることができた。

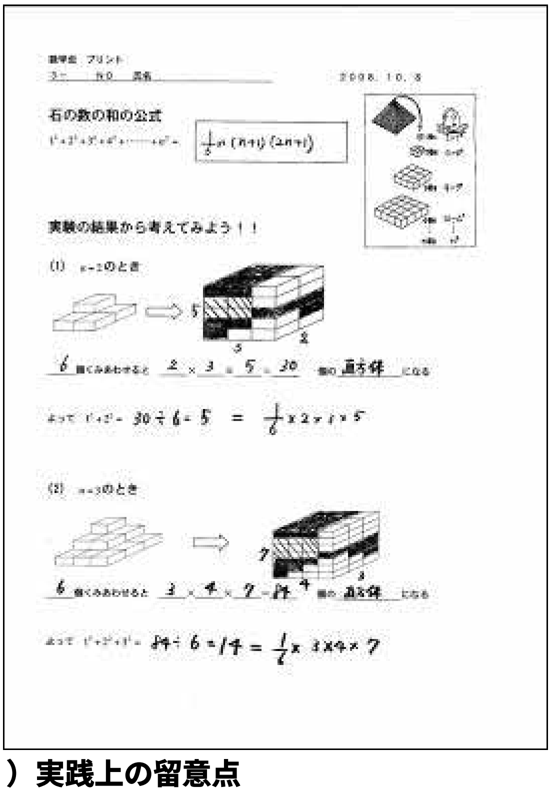
写真８（横置き２個＋縦置き１個）

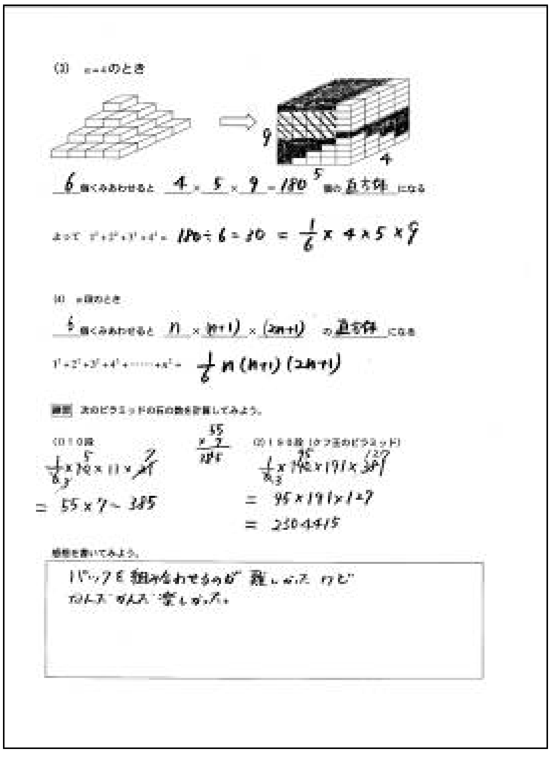
写真９（４段の直方体）

写真 10（横置き４個＋縦置き２個）

写真 11（２段の直方体）

ステップ５　実験の結果をプリントでまとめてみた。　紙パックのピースを組み合わせてできた直方体を観察し，６個のピースがどのように組み合わされているかスケッチさせた。また，各辺の紙パックの数をかぞえることで，紙パックの総数を考えさせた。





（２）実践上の留意点

全員が直方体の組み立てに関われるよう，３人または４人の４グループに分かれて実習を行った。生徒自身で直方体を完成させることが重要なので，完成までの様子をゆっくり演示したり，途中までの状態を参考にしながら，組合せ作業ができるように工夫した。

（３）アンケート結果と生徒の感想

①質問１　授業に興味がもてましたか？

興味をもてた	少しもてた	あまりもてなかった	もてなかった
10 人（71.4%）	３人（21.4%）	１人（7.1%）	０人（0%）

②質問２　石の数の公式がどのようにできているか理解できましたか？

理解できた	少しできた	あまりできなかった	できなかった
８人（57.1%）	３人（21.4%）	１人（7.1%）	２人（14.3%）

③質問３　自由な感想を書いてください。

・ものを使って授業をやるのは楽しかった。最初は全然わかんなくて面倒くさかったけど，やり始めるうちに楽しくなってきた。またやりたいと思った。
・パックを組み合わせるのが難しかったけど，なんだかんだ楽しかった。
・どんな大きな段でも，公式に当てはめれば数がわかるのはすごい。
・本物のピラミッドを見てみたいと思った。今日の授業かなり楽しかった。
・実際に組合せながらやって，公式を調べながらやっておもしろかった。
・ピラミッドの形に積むだけだと思っていたら,石の数に関係するとは意外だった。
・いろいろな形をしたパックを組み合わせたりするのがすごく面白くて，頭をフル回転させることができて，非常に良かった。

（４）生徒の様子と考察

生徒たちは，組み立て作業には苦労しながらも，試行錯誤を繰り返す姿がみられた。直方体ができあがると，驚きの声や歓声が上がっていた。公式の類推には次のような方法をとった。直方体の縦・横・高さそれぞれに使われているパックの数を掛け合わせ，６で割ると，ピラミッドのパックの数が計算できる。実物を確認しながら，プリントへの記入を行った。

２段のとき　$1^2+2^2=$　５　$=\frac{1}{6}\times$②$\times\boxed{3}\times\boxed{\ \ 5\ \ }$

３段のとき　$1^2+2^2+3^2=$　１４$=\frac{1}{6}\times$③$\times\boxed{4}\times\boxed{\ \ 7\ \ }$

４段のとき　$1^2+2^2+3^2+4^2=$ ３０$=\frac{1}{6}\times$④$\times\boxed{5}\times\boxed{\ \ 9\ \ }$

この結果から，n段のとき　○＝n　$\boxed{\ }=n+1$　$\boxed{\quad\quad}=2n+1$であることを類推させた。　○＝n　$\boxed{\ }=n+1$であることはすぐにわかったが，$\boxed{\quad\quad}=2n+1$であることに気付くのは難しかったようである。

２＋３＝５，３＋４＝７と考え，$n+(n+1)=2n+1$という結論に至った生徒が多くみられた。

アンケートからは，90%強の生徒が興味をもって取り組み，公式の理解度も 75%を超えていることがわかる。自分たちが組み合わせた直方体を観察することで，普段よりも授業への集中力が増していたように感じられた。

（５）数学Ｂでの授業への応用（選択生徒 15 名）

ア　授業の概要と使用教材

数学Ｂでは，平方数の和の公式について，恒等式　$(k+1)^3-k^3=3k^2+3k+1$　を利用した方法で証明済みであるが，紙パックを使って，平方数の和の公式を導く授業を行ってみた。前述のステップ１（ピラミッドを積む作業）は省略し，ステップ２から開始した。使用プリントは同じである。また，数学的帰納法による証明についても確認した。

イ　アンケート結果と生徒の感想

①質問１　授業に興味がもてましたか？

興味をもてた	少しをもてた	あまりもてなかった	もてなかった
11 人（73.3%）	４人（26.7%）	０人（0%）	０人（0%）

②質問２　石の数の公式がどのようにできているか理解できましたか？

理解できた	少しできた	あまりできなかった	できなかった
８人（53.3%）	４人（26.7%）	３人（20.0%）	０人（0%）

③質問３　恒等式による証明と紙パックによる証明ではどちらがわかりやすいですか？

恒等式による証明	紙パックによる証明	どちらでもよい
１人（6.7%）	13 人（86.7%）	１人（6.7%）

④質問４　自由な感想を書いてください。

・組み立てるのが難しかった。なぜこのように成り立つか不思議でした。
・珍しくわかる問題で良かった。
・形が違うのに組み合わせると直方体になるのにびっくりした。公式があることを忘れていた。紙パックの作業は面白かった。
・昔の人はどうやって重い石を 230 万個も集めてピラミッドにしたんだろう。
・組み立てるのが難しかったけど，面白かったです。
・計算の数が大きくなると難しい。紙パックの組み立て面白かったです。公式を覚えてテストで活用したい。
・公式はよくわかったけど，大がかりなものは必要ないと思った。
・クフ王のピラミッド（の計算）は面倒でした。

ウ　生徒の様子と考察

平方数の和の公式は，すでに学習済みの題材であったが，忘れてしまった生徒が多く，前時の証明方法やΣ記号での表し方は，今ひとつ定着していないようだった。

今回のアンケートでは，80%の生徒が，公式を理解できたと回答し，恒等式による証明よりも，紙パックを使った証明の方がわかりやすいと回答した生徒が圧倒的に多かった。恒等式による証明の授業では，式変形に苦労してしまい，それを理解しようとすることに集中を奪われがちであった。直感的ではあるが，和の公式が目で見える形になったところに，実験の効果があったと思われる。

5　授業実践２　角の三等分

（1）授業展開の概要

数学史選択生徒を対象に，ギリシャの三大不可能問題についての授業を行った。このうち角の三等分は定規とコンパスでは作図不可能であるが，他の道具を使うと三等分できることを実験で確かめた。

ア　差し金を利用して，任意の角（∠ＸＯＹ）を三等分する。

ステップ１

厚紙を次の大きさにカットし，差し金（**図１**）を作成する。
Ａ，Ｂ，Ｃの位置に印をつけておく。

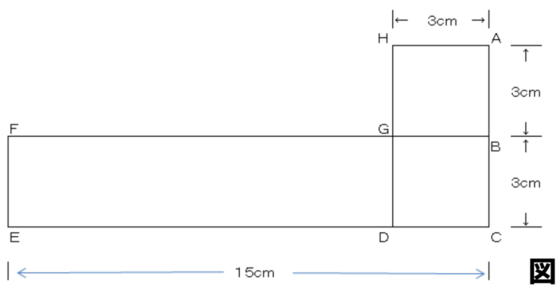


図１

ステップ２

任意の鋭角∠ＸＯＹを描く。差し金の線分ＥＣをＯＸに合わせ，ＦＧに沿って直線l（**図２**）を引く。

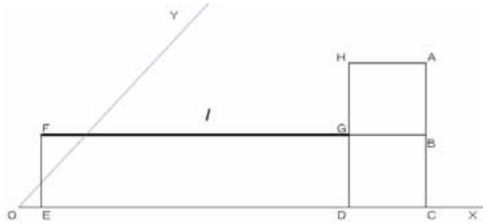


図２

ステップ３

ＡがＯＹ上に，Ｃがl上，さらに，ＦＢがＯを通るように差し金を調整して，Ａ，Ｂ，Ｃの位置をマーク（**図３・写真 13**）する。対応する点をそれぞれＰ，Ｑ，Ｒ（**図４**）とすると，線分ＯＱ，ＯＲにより∠ＸＯＹは三等分されている。

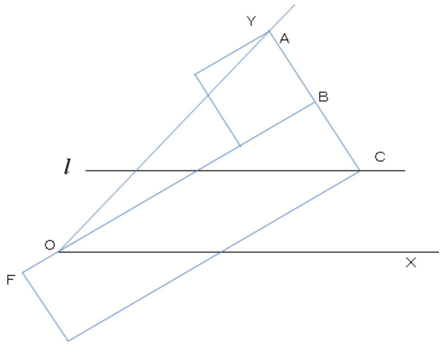


図３

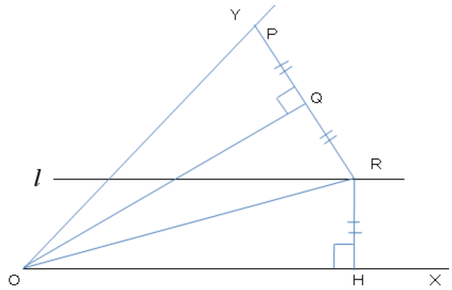


図４

なぜならば，図４で，３つの三角形△ＯＱＰ，△ＯＱＲ，△ＯＨＲ（ＨはＲからＯＸに下ろした垂線の足）が合同であることから，∠ＸＯＹが三等分されていることがわかる。作図したあと，分度器で角度を測らせ（**写真 14**），三等分されていることを確認させた。

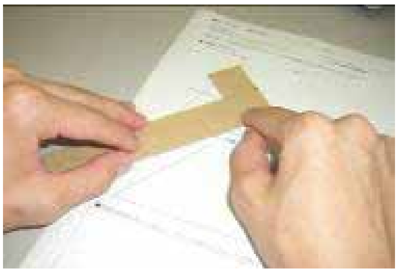


写真 13（差し金による三等分）

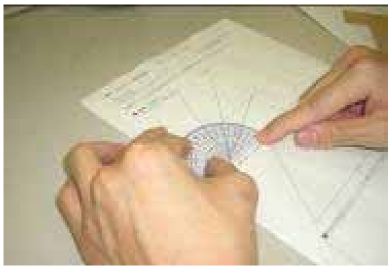


写真 14（分度器での確認）

イ　折り紙による三等分

ステップ１

１辺が 12ｃｍの正方形の折り紙を使用した。任意の∠ＸＯＹを描き，ＯＸに平行に半分に折り，ＡＡ′を作図，さらに半分に折り，ＢＢ′ を作図（**写真 15，図５**）した。

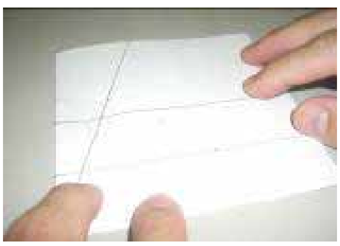


写真 15（ステップ１の様子）

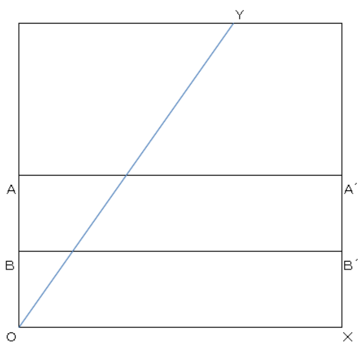


図５

ステップ２

ＯがＢＢ′上に，ＡがＯＹ上にくるように調整（**写真 16，図６**）して折る。

Ａ，Ｂ，Ｏの位置をマークし，それぞれＰ，Ｑ，Ｒとする。

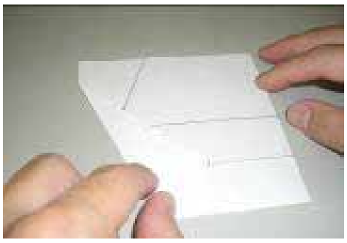


写真 16（ステップ２の様子）

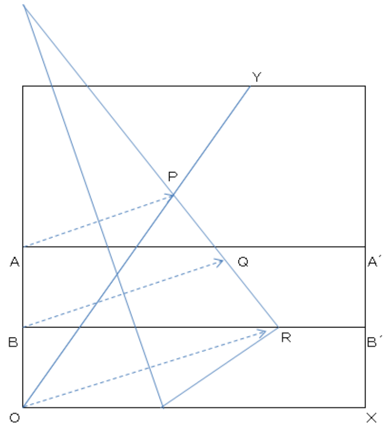


図６

ステップ３

折り紙でマークしたＰ，Ｑ，Ｒに差し金を当ててみると，一致することがわかり（**図７**），角の三等分ができたことが確認できる。ＲからＯＸに垂線を下ろしてみれば，**図４**と同様となる。また，三つ折りにして，ぴったり重なることも確認させた。

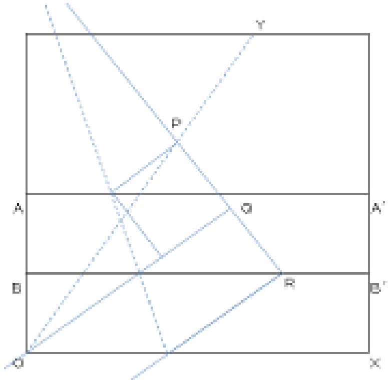
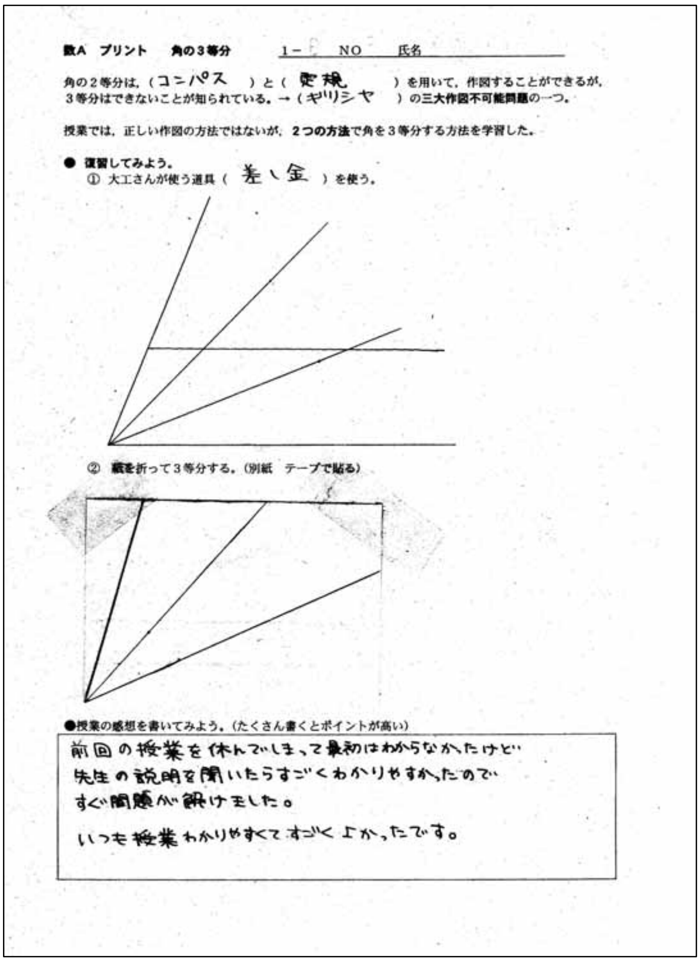


図７

ステップ４

２つの方法を学習したあと，復習をかねて別紙プリントに結果をまとめた。折り紙は，小さなサイズのものを使用して，テープで貼らせた。



数A　プリント　　角の３等分　　　1－　NO　　氏名

角の２等分は，（コンパス　）と（定規　）を用いて，作図することができるが，
３等分はできないことが知られている。→（ギリシャ　）の三大作図不可能問題の一つ。

授業では，正しい作図の方法ではないが，２つの方法で角を３等分する方法を学習した。

● 復習してみよう。
① 大工さんが使う道具（差し金）を使う。

② 紙を折って３等分する。（別紙　テープで貼る）

●授業の感想を書いてみよう。（たくさん書くとポイントが高い）

前回の授業を休んでしまって最初はわからなかったけど
先生の説明を聞いたらすごくわかりやすかったので
すぐ問題が解けました。
いつも授業わかりやすくてすごくよかったです。

（２）実践上の留意点

実習の説明においては，生徒が使用するものよりも大きなサイズの差し金や折り紙を用意して，黒板で演示した。

本来，差し金・折り紙ともどのようなサイズでも構わないが，２つの方法で作図した三等分点が一致するように，差し金の幅を３㎝，折り紙の１辺を差し金の幅の４倍の 12 ㎝とした。

（３）アンケート結果と生徒の感想

①質問１　授業に興味がもてましたか？

興味をもてた	少しもてた	あまりもてなかった	もてなかった
８人（57.1%）	３人（21.4%）	２人（14.3%）	１人（7.1%）

②質問２　なぜ角が三等分されるか理解できましたか？

理解できた	少しできた	あまりできなかった	できなかった
３人（21.4%）	５人（35.7%）	３人（21.4%）	３人（21.4%）

③質問３　自由な感想を書いてください。

・作図や図形の授業は苦手だったけど，今回の授業は楽しかった。

・折り紙で角を三等分する作業が楽しかった。紙があったら思わずやってしまいそうだ。

・角を二等分する方法は知っていたけど，差し金と紙だけで三等分できるとは知らなかった。

・いろいろと作図したりするのが楽しい。将来，仕事で使うかもしれないから，覚えておく。

（４）生徒の様子と考察

差し金のあて方や折り目の合わせ方は，なかなか理解できないようで，何度も演示して見せた。早く理解できた生徒には，先生役となってもらい，まだ三等分できない生徒に説明をしてもらった。自分自身の言葉で説明することで，さらに理解を深める生徒もみられた。三等分した角度を実際に折って，見事に重なると，生徒たちは驚きの声を上げた。作業の仕方をマスターすると，何度もチャレンジする姿も見られ，生徒たちの興味を喚起することができた。

三等分の根拠の説明においては，３つの直角三角形が合同となることを用いた。アンケートによれば，半数の生徒がだいたい理解できたという結果である。それ以外の生徒も，実際に折ってみると，３つの角が重なることを確認して，納得していた。このような発見をした先人の知恵に驚いているようであった。

（５）数学Ａでの授業への応用（選択生徒 35 名）

ア　授業の概要

数学Ａでは，平面図形の項目において，三角形の重心・外心・内心の性質と作図方法を学習するが，定規とコンパスでの作図のほか，折り紙による作図も行っている。その発展事項として，「数学史」で実践した角の三等分を扱った。

イ　アンケート結果と生徒の感想

①質問１　授業に興味がもてましたか？

興味をもてた	少しもてた	あまりもてなかった	もてなかった
20 人（57.1%）	11 人（31.4%）	４人（11.4%）	０人（0%）

②質問２　なぜ角が三等分されるか理解できましたか？

理解できた	少しできた	あまりできなかった	できなかった
11 人（31.4%）	９人（25.7%）	10 人（28.6%）	５人（14.3%）

③質問３　自由な感想を書いてください。

・コンパスと定規で角を二等分できるのは知っていたけど，差し金と紙を折るだけで三等分できるのは知らなかった。

・角の三等分は楽しくできた。特に，折り紙を使う方法が楽しかった。

・これを考えついた人はすごいと思った。

・差し金は便利な道具だと思った。

・コンパスと定規の作図より折り紙の方がわかりやすい。

ウ　生徒の様子と考察

道具（差し金）が配られた時点で，「これから何をするんだ？」という表情が浮かび，説明を熱心に聞き入り，実習に取り組む様子が見られた。普段の授業に比べ，生徒の活動は積極的で，興味や意欲を喚起するという点では効果が見られた。アンケート結果から 80%以上の生徒が興味をもてたと回答している。しかし，三等分の理解となると 57%にとどまっている。中学で学習した三角形の合同条件などはあまり定着しておらず，「証明」という言葉で，拒否反応が起きてしまうのも事実であり，今後の課題となろう。

6　授業実践３　インドの問題

（1）授業展開の概要

「数学史」選択生徒を対象に「ハノイの塔」の実習を行った。

> インドのベナレスにある大寺院にダイヤモンドの針が３本立った板があり，神はその一本に 64 枚の純金の円盤をはめた。昼夜の別なくバラモン僧たちはそこにやってきて，それを別の針に移し替える作業に専念している。そして移し替えが完了したとき，寺院もバラモン僧たちも崩壊し，この世が終わるのである。

この問題に対し，「すべての円盤をルールに従って移動するには，最低何回の移動が必要だろうか？」を考えさせた。

ハノイの塔

フランスの数学者リュカの作り話に次のような話しがあります。

「インドのベナレスにある大寺院に、ダイヤモンドの針が３本立った板があり、神はその一本に６４枚の純金の円盤をはめた。昼夜の別なく、バラモン僧たちはそこにやってきて、それを別の針に移し替える作業に専念している。そして移し替えが完了したとき、寺院もバラモン僧たちも崩壊し、この世が終わるのである。」

「ハノイの塔」という名のこの問題は，インドの問題とも呼ばれるものです。

【移し方のルール】
①円盤は１回に１枚だけ移す。
②常に小さい円盤は、大きい円盤の上にあるようにする。
そのために補助の棒を用いて良い
③はじめの棒とは別の棒にすべて移動する。

【問題】すべての円盤を移動するには，
最低何回の移動が必要だろうか？
【実験】円盤の枚数が，下の表のようになっているときの最小の移動回数を調べてみよう。

円盤の枚数	1	2	3	4	5	6	7		
移動回数									

【検証】①移動回数に法則があるか調べ，気のついたことを記入してみよう。

②表にまとめてみよう。

枚数	1	2	3	4	5	6	7		
計算法則									

③　６４枚では、

１秒間に１回動かしたとして１年では
６０秒×６０分×２４時間×３６５日＝

さて何年かかるでしょう。
（　　　　）÷（　　　　）≒【　　　　】

【　　　　　　】年

【　　　　】です。確かにこの世は終わっているかも。

ステップ１　移し方のルールを説明する。

①円盤は１回に１枚だけ移す。

②小さい円盤は，常に大きい円盤の上にあるようにする。補助の棒を用いて良い。

③はじめの棒とは別の棒にすべて移動する。

ステップ２　道具を準備する。

①段ボールを大きさの異なる正方形のカードに切り分け，小さい順に番号を振る。

②２本のテープを貼り（**写真 17**），机を３つに仕切る。

写真 17（カードと 3 つの仕切り）

ステップ３　円盤をカード，棒を仕切った場所に置き換え，実習を進める。

①１枚，２枚のときの様子を演示する。

②順次３枚，４枚として，移動回数を調べ，プリントに記入させる。

③途中経過を示したり（**写真 18～21**），移動の様子をすべて演示するなどのヒントを与え，活動を促す。

ステップ４　各枚数での最小回数を確認し，法則性を調べさせる。
①調べた数値をプリントに記入させる。
②最小回数の法則性を考えさせ，ハノイの塔の問題を考える。

（２）実践上の留意点

カードを移動する場所を明確にするために，机をテープで３つに仕切った。この仕切りがないと，どこに移動させたらよいかわからなくなってしまうケースがある。また，カードに振った番号は移動の目安や確認となるので，マジックを使って大きくわかりやすく記入した。

（３）アンケート結果と生徒の感想

①質問１　授業に興味がもてましたか？

興味をもてた	少しもてた	あまりもてなかった	もてなかった
８人（57.1%）	３人（21.4%）	１人（7.1%）	２人（14.3%）

②質問２　授業内容は理解できましたか？

理解できた	だいたいできた	あまりできなかった	できなかった
５人（35.7%）	６人（42.9%）	１人（7.1%）	２人（14.3%）

③質問３　自由な感想を書いてください。
・ルールを理解するのが大変だった。
・どこに移動させたらいいのかわからなくなる。
・法則がだんだんわかってきておもしろかった。
・回数がわかっても，そのとおり動かすのが難しい。


写真 18（4 枚のカード）


写真 19（1 回目の移動）


写真 20（2 回目の移動）


写真 21（移動終了）

（４）生徒の様子と考察

カードを思い思いに動かし，声を出して回数を数える様子が見られた。早く理解できた生徒が，他の生徒にやり方をアドバイスする姿がみられ，その活動の中で，最小回数で移動させるコツを掴んだ生徒もいた。カードの番号が，どの移動段階でも，奇数と偶数が重なり合うことを発見し，教えてくれた生徒もいた。私自身はそのことに気づいていなかったため，なるほどと感心してしまった。

最小回数の法則性では，最小回数の列　１，３，７，１５，・・・
から，最小回数＝（前の数）×２＋１　と理解した生徒が多かった。また，移動の途中経過から，上記の関係を説明した生徒もいた。残念ながら，自分自身で各回数に１を加えると，

2^1，2^2，2^3，2^4，・・・

となることに気づいた生徒はいなかったが，何人かはヒントによって気づくことができた。

段ボールの移動に夢中になり，肝心の問題を忘れてしまう生徒もみられたが，この作業が印象的であったことの表れであろう。

（５）数学Ｂでの授業への応用（選択生徒 14 名）

ハノイの塔の問題を漸化式の導入として扱った。移動の途中経過を考えることで，漸化式 $a_{n+1} = 2a_n + 1$（a_n は円盤の枚数が n 枚のときの移動回数）を導き，一般項を求めさせた。

イ　アンケート結果と生徒の感想

①質問１　授業に興味がもてましたか？

興味をもてた	少しもてた	あまりもてなかった	もてなかった
７人（50.0%）	４人（28.6%）	２人（14.3%）	１人（7.1%）

②質問２　授業内容は理解できましたか？

理解できた	だいたいできた	あまりできなかった	できなかった
９人（64.3%）	３人（21.4%）	１人（7.1%）	１人（7.1%）

③質問３　漸化式の導き方が理解できましたか？

理解できた	だいたいできた	あまりできなかった	できなかった
４人（28.6%）	６人（42.9%）	２人（14.3%）	２人（14.3%）

④質問４　自由な感想を書いてください。

・何となく漸化式の意味がわかった気がする。

・円盤を移動させるのはおもしろいけど，式をつくるのは，よくわからない。

・枚数を増やしていくと，次のときの数が予想できた。

・法則に気がつけば，全部動かさなくても想像できた。

ウ　生徒の様子と考察

自分自身でカードを動かして得られた数列を考えることは，生徒にとって興味深いものであったと考えられる。数学史選択生徒に比べ，数列に対する慣れがあるため，回数の予測は早い段階でできたが，それを再現することには苦労している生徒が見受けられた。

漸化式を導く段階では，移動の手順を簡略化し，説明した。例えば，カード５枚の移動を，（４枚の移動）＋（底面の移動）＋（４枚の移動）の３段階に分けて演示し，

$a_{n+1} = a_n + 1 + a_n = 2a_n + 1$　を導いた。

この実践においても，生徒は大きな興味・関心を示し，授業に意欲的に取り組むことができ，数列及び漸化式の導入に効果があることが示せた。

7　おわりに

今回の実践において，体験的活動が生徒たちの興味を引き出し，知的好奇心に訴えかけるという効果をもたらすことがわかった。何か小道具をもって教室に入っていくと，生徒の注目度がいつもと違い，集中して課題に取り組む姿が見られた。友達同士で試行錯誤したり，教えたり，教えられたりして，自分なりに工夫をして問題を解決しようとする姿が見られた。できた，ほんとだ，なるほど，わかった，などの声が自然と上がってくる。どうやったらいいかわからない生徒も，仲間のちょっとした一言や教員のアドバイスで徐々に気付いていく様子をたびたび見ることができた。このことは，本当に教師冥利に尽きる出来事であった。

体験的活動が，生徒が自ら手を動かして物事をじっくり考えるということにおいて，大きな意味をもつと確信できた。また，導入時にこのような体験的活動が取り入れられれば，生徒の数学への興味を高めることができ，知識や技能の定着にも貢献するものである。しかし，せっかくの取組が，「楽しかった」「おもしろかった」だけで終わってしまっては，その効果は半減してしまうだろう。体験が理解につながるような授業実践を模索し，継続していきたい。また，様々な工夫をしながら，生徒たちに数学の楽しさを伝え，ともに勉強していきたい。

平成 24 年度から導入される「高等学校学習指導要領解説　数学編」では，数学的な知識や技能の「量」だけでなく，いかにしてそれらを身に付けたのかなど学習の「質」を問う必要がある，と述べられている。また，数学的活動を一層重視することになっている。今回の実践をもとに，数学的活動に重きを置いた授業を目指していきたい。

最後に，自分の授業を振り返る機会を与えられたことに感謝するとともに，御指導・御助言を賜りました諸先生方に，心より感謝申し上げます。