

動的な視覚教材を利用した授業

〇〇〇立〇〇〇〇高等学校 〇〇 〇〇（数学科）

1 はじめに

最近の数学の教科書は、解説が非常に丁寧であり、図形や絵などの配色もカラフルで、視覚的にも工夫されている。しかし、紙面である以上、動きのあることを表現するには限界がある。そこで、教科書の補助教材として、コンピューターを利用した動きのある教材を作成したいと考えた。

「動きのある学習内容」を静的な紙面や板書で説明するのは極めて難しいが、このような場面で、実際にコンピューターを使って動いている状態や変化の様子を視覚的に捉えることができれば、生徒は学習内容を理解しやすくなる。コンピューターを利用して、グラフの動きなどを生徒たちにそのまま見せることで、学習効果を高めることができるのである。

現代はICT（Information and Communication Technologyの略）社会といわれているが、ビジュアル的な分野の授業での活用は、遅れているように思える。その遅れを取り戻し、教科学習に生かし、わかりやすい授業実践を行うことに眼目を置いた。

今回の研究は手軽にコンピューターを利用して効果をあげる授業実践として位置づけた。その理由として、第一に教科情報の授業とのかかわりから、コンピューター室が自由に使えないなどのICT環境の設備が必ずしも十分でないことがある。第二に授業の休み時間に教室へパソコン、プロジェクター及びスクリーンの持ち運びや準備するのに時間が掛かりすぎることなどのハード面の課題がある。第三にコンピューターを用いた教材作成に膨大な時間を要するというソフト面の課題がある。

そこで次のような条件を付けて今回の研究に取り組んだ。

- （１）教室に持ち運ぶ機材を必要最低限にし、準備に時間を取られないよう工夫する。
- （２）教材作成がメインにならないようにし、１時間程度で作成できるものを心掛ける。

次にコンピューターを使用する教材内容を以下のように限定した。

- （１）数学で変化量を表したり、移動や動きのある分野。
- （２）授業の導入部分で動的な教材を利用した方が、静的な教材を使う場合と比べて効果が予想される分野。

以上を選び出し その分野の動的な視覚教材をコンピューターで作成し 授業で利用する。

そして研究の実践をとおして、例えば微分係数や数学Cのいろいろな曲線の分野など静的な表現で理解しにくい内容を、動的な視覚的教材を利用することで、どのような効果があるか。また動的な教材がどのような分野の学習内容に役立ち、一番効果があるのかを調べる。その評価方法として、生徒へのアンケートの実施と記述式試験を実施することによって理解度・定着度を測り、効果を調べる。

2 研究概要

(1) 実践内容の選択

数学Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、A、B、Cの教材の中からコンピューターを利用して、授業を実践していくにあたり、視覚的に見せた方が効果が高い単元について検討する必要がある。そこで、自分自身の授業経験や本校の数学科の職員の意見を踏まえ、次の単元を候補とした。

数学Ⅰ	二次関数の平行移動，二次関数の最大・最小（軸の移動，定義域の移動）
数学Ⅱ	二直線の交点を通る直線，領域と最大値・最小値，いろいろな三角関数のグラフ，微分係数の図形的意味
数学Ⅲ	体積
数学B	ベクトルの意味，加法・減法，ベクトル方程式，空間におけるベクトル
数学C	行列を利用した回転移動，二次曲線，媒介変数表示と極座標

(2) 利用ソフトについて

GRAPES（フリーソフトウェア 大阪教育大学附属高等学校 友田勝久教諭作成）を使用する。

教材ソフトの作成には膨大な作業と時間を要する場合があるが，上記のソフトウェアは教材作成が非常に簡単にできる。それと同時に操作が容易で，関数のグラフや図形の軌跡を，マウスによる操作でかくことができるプログラムであり，非常に便利である。

今回作成した教材は，すべて1時間以内に準備することができる。

(3) 実際におこなった授業内容

数学Ⅰ	二次関数「最大・最小」
数学Ⅱ	微分・積分「微分係数」
数学Ⅲ	微分・積分「区分求積法」
数学C	二次曲線「離心率」
数学C	二次曲線「いろいろな曲線」

(4) 評価について

ア 選択式アンケート（生徒の感想等）実施

イ 記述式（理解度確認）の試験を実施

ア、イについて評価をまとめ、「動的な視覚教材を利用した授業」について生徒の評価と理解度の向上が見られたか総合的に評価する。

3 授業実践

(1) 黒板への投影で効果を上げるICT授業の実践

ア 項目 数学C いろいろな曲線「双曲線」

イ 概要

コンピューターを利用する授業は、一般的にコンピューター室を利用したり、専用のスクリーンに投影するものである。しかし、コンピューター室の確保やスクリーンの移動に手間がかかる。私の場合はノートパソコンとプロジェクターだけを教室に持ち込み、スクリーンを持ち込まず、黒板に映写するようにした。利点は3つある。第一にスクリーンを持ち運ぶ必要がないことである。第二にコンピューターのペン入力上手に書くことが難しいが、黒板に映写してある図にチョークで直接書いて、手軽に説明できることである。第三に不必要になった場合はチョークで書いた部分のみを黒板消しで消せることである。これは説明するときに非常に便利で、この方法は生徒に大変好評であった。特にチョークの色が、光の関係で蛍光ペンを使用したような感じで意外にハッキリと見える。また生徒の予期しない質問に対して補足説明するとき、図だけは残しておきたいときやグラフの点の移動など動きのある教材には効果が大きい。

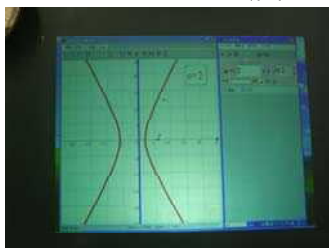


教室にパソコンとプロジェクターを持ち込み、教卓から投影している。関数グラフはGRAPESを利用。黒板に投影。黒板にチョークで書き込みを行いながら実際に説明する。(図1参照)

(図1) 授業風景

- ① GRAPES で実際に黒板に双曲線を投影。 ② 投射された図に直接書き込む趣向。
(実は黒板にチョークで書く) ③ さらに書き込みを加える。

(図2



双曲線

図3



$$PH:PF=1:2$$

を満たす点Pを説明

図4)



$$P'H:P'F=1:2$$

を満たす点P'を追加

- ④黒板消しで消すと図2の状態に戻り、双曲線の図はそのままの状態である。

(2) 動く点を利用したグラフの描写

ア 項目 数学C いろいろな曲線「リサージュ曲線」

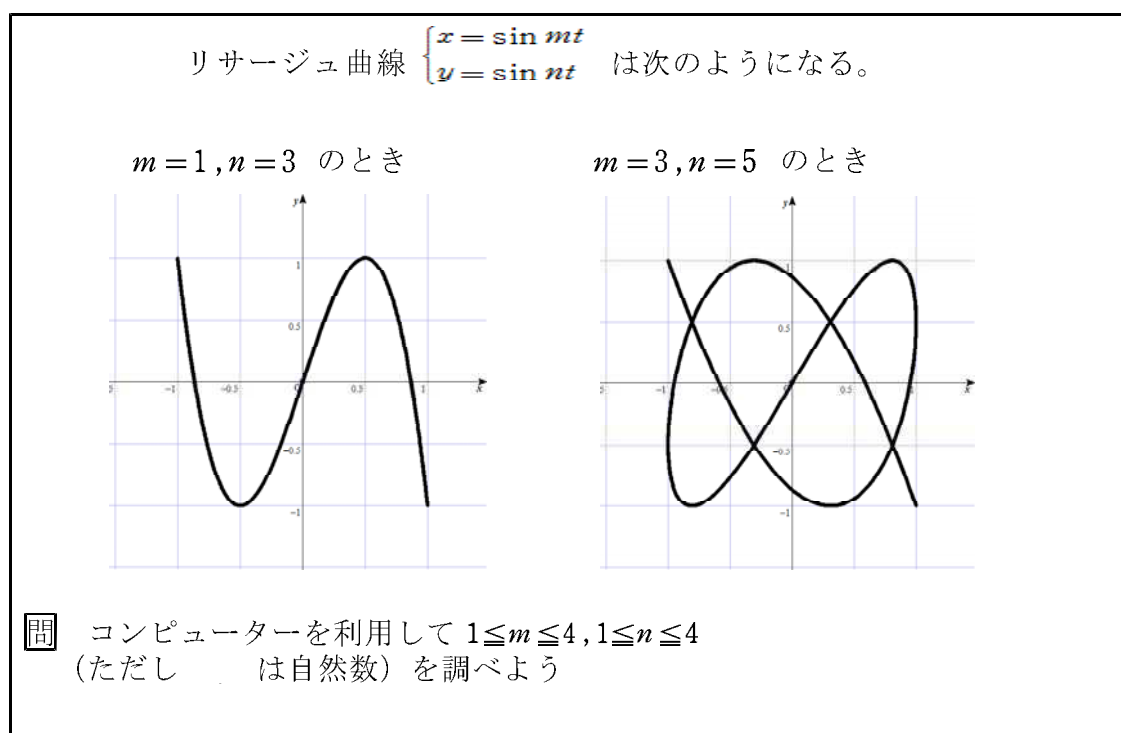
イ 概要

生徒は「リサージュ曲線の式はこれで、曲線の形はこのような形なのか」との一般的な理解で終わってしまうのではないか。式と曲線の関係づけをもっと密接にしたいものだと思っていた。

リサージュ曲線 $\begin{cases} x = \sin mt \\ y = \sin nt \end{cases}$ について、次の2点に重点を置いた。

- ① m, n の値の変化によってグラフの形がどのように変わるか。
- ② m, n の値が与えられた場合の点の位置

教科書の一例

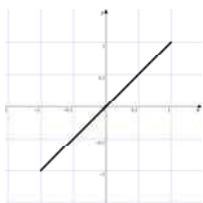
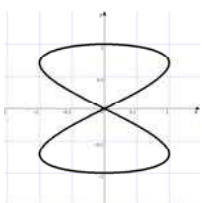
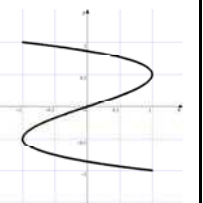
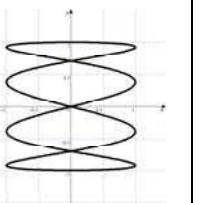
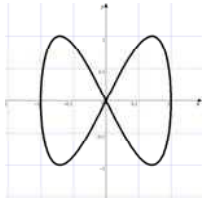
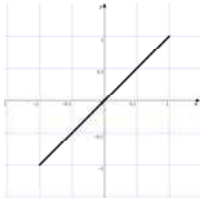
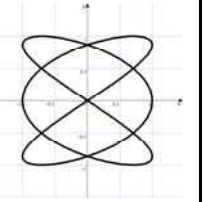
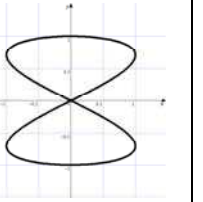
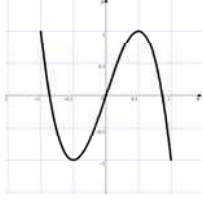
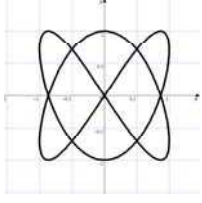
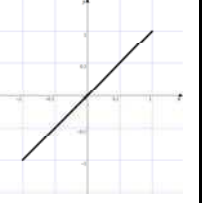
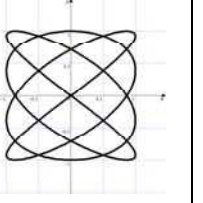
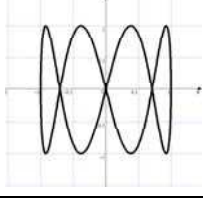
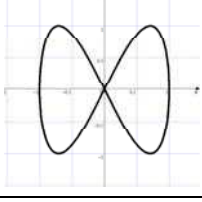
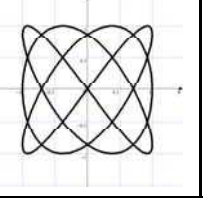
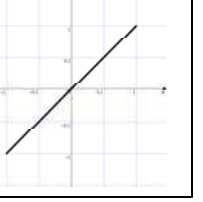


教科書では完成したグラフしか載せていないので、生徒の興味関心が薄い。特に問題などで「コンピューターを利用してリサージュ曲線をかいてみよう」で終わっており、思考力や理解力がつかない。

①に関しては m, n の値の変化によってグラフの形がどのように変わるか。コンピューターを使って実際に黒板にグラフを投影し、生徒にグラフの概形をかかせることにより、理解力・想像力の向上に役立てる。

〔問い〕

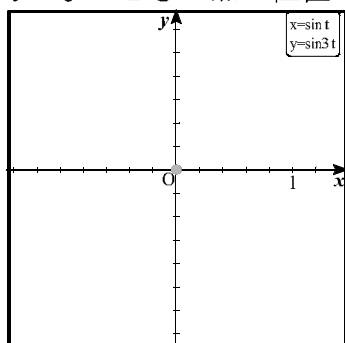
黒板に写されたグラフを参考にしてリサージュ曲線 $\begin{cases} x = \sin mt \\ y = \sin nt \end{cases}$ の表を完成しなさい。

$m \backslash n$	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

②に関してはグラフの形はわかるものの、媒介変数表示で表された関数のグラフは t の値により決定した座標 $(\sin t, \sin 3t)$ の位置が把握しにくい。そこで GRAPES を利用して点の軌跡としてリサージュ曲線を生徒に見せることにした。媒介変数 t の値を入力することにより、点が移動する。(図 5 ～ 8)

$$\begin{cases} x = \sin t \\ y = \sin 3t \end{cases} \quad (\text{GRAPES による描写})$$

$t=0$ のときの点の位置の確認



(図 5)

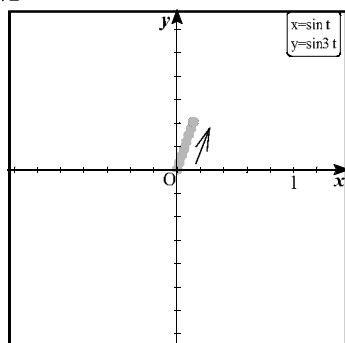
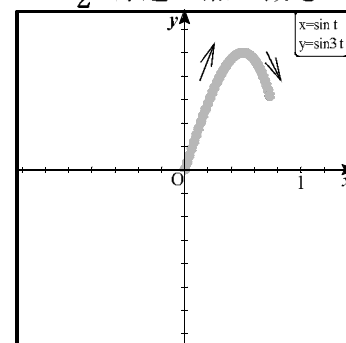
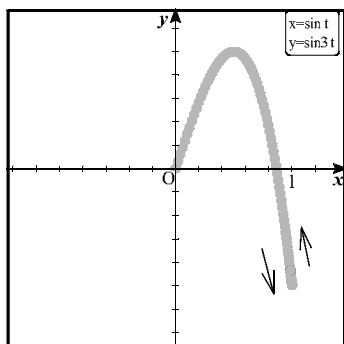


図 6

$t = \frac{\pi}{2}$ 付近の点の動き



(図 7)



(図 8)

図 8 において生徒はグラフの右下の部分 ($\frac{\pi}{2}$) で点の軌跡が折り返すことに興味関心を示していた。

(3) 生徒の感想から見るコンピューターを利用した授業の有用性

3 年生の理系クラスで次のようなアンケートを実施した。
 「二次曲線と離心率の部分でコンピューターを使った授業を実施しましたが、それについて教えてください」
 通常の板書授業に比べて、良い点、悪い点、感想

ア 良い点

- ・授業中に先生が黒板に書きたいことと消したいことをコンピューターを使うことでうまく使い分けることができわかりやすかった。
- ・パソコンを使っているので線がきれいで理解しやすい。
- ・わかりやすく、図の正確さや書き直しが早くできる。
- ・図の概形がつかみやすい。
- ・すぐに図形を切り替えることができてわかりやすかった。
- ・楽しく授業を受けることができる。
- ・見やすい。
- ・動くので見やすい。
- ・説明プラスコンピューターを利用するので理解が深まる。
- ・複雑で変則的なグラフも概形をつかみやすい。
- ・普段と違った見方ができて良い。
- ・正確なグラフが分かった。授業がわかりやすくなった。
- ・グラフをかく時間が短縮され、授業が早く進められる。
- ・点の移動がつかめて良かった。
- ・教科書ではわかりにくいグラフも GRAPES を使うことで格子線も入っていてわかりやすくて良かった。
- ・直接はかけないようなグラフをパソコンを使って黒板に簡単に写せること。そのグラフにチョークでかき足すことができるのでわかりやすい。
- ・変化の様子がよく分かる。

イ 悪い点

- ・特になし
- ・室内に日差しがさして映像が見にくいときがあった。
- ・細かく正確なため、細かな数値は見にくい。
- ・準備と片付けがある。
- ・準備に時間がかかる。
- ・授業が始まるまでに時間がかかった。

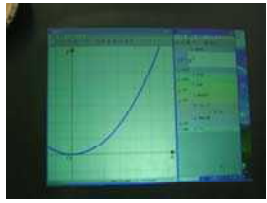
- ・グラフをかく力が付かない。
- ・黒板の色（緑）的に見にくい感じがする。
- ・映像が見づらいときがあった。
- ・薄い線が見づらい。
- ・ノートをどのように取っていいか悩む。
- ・後ろの席だと見づらい。…

ウ 感想

- ・初めてコンピューターを使った授業だったが、意外とわかりやすかった。…
- ・スムーズに授業が進んで良かった。
- ・どのように曲線が描かれていくのかまたどのような法則があるのか疑問が解決されて良かった。
- ・普通の授業より楽しい。
- ・教科書を見るよりはとてもわかりやすかった。
- ・もう少し早く準備をして授業に取り組めるようにしたら良かったと思う。
- ・パソコンでこんなことができるなんてすごいと思った。
- ・正確なグラフをすぐに見ることができるので良かった。
- ・素晴らしい。取り入れるべき。ノートパソコン全員分があると良い。
- ・数学の授業でパソコンを利用するとはびっくりした。
- ・点や線の変化がわかりやすくて良かった。
- ・わかりやすくて楽しい。
- ・今まで見たことがないような図形が見れて感動した。
- ・教科書で図形を見るよりも変化があるので楽しかった。図形の勉強をするときはコンピューターを使った方がいいと思った。

（４）コンピューターを利用した授業展開例

授業概要（定積分と区分求積法）

段階 (時間)	学習内容・学習活動	指導内容
導入 (5分)	$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ を確認する。【図 1 参照】 発問 1 「閉区間[0,1]を 5 等分したときの面積を求めて見よう」【図 2 参照】 閉区間[0,1]を 5 等分したときの面積を求める。 $S_5 = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{5}{5}\right)^2 - 0.44$ $= \frac{1}{5} \left\{ \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{5}\right)^2 \right\}$ $= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5^2} (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2)$	 (図 1) チョークでグリッド線に合わせて書き込む  (図 2)

展開
(42 分)

発問2 「面積をより正確に求める方法について考えてみよう」

生徒解答「長方形を細かくすればいい」

発問3 「何等分ぐらいにすればいいか」

生徒解答「10 等分」 【図3～図5 参照】

閉区間 $[0,1]$ を 10 等分したときの面積を求める。

S_{10} を計算する。

$$S_{10} = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{10} \right)^2 + \frac{1}{10} \left(\frac{2}{10} \right)^2 + \cdots + \frac{1}{10} \left(\frac{10}{10} \right)^2 = 0.385$$

誤差について確認する。

発問3 「誤差を少なくするための工夫」

発問4 「面積が 0.3 より大きいのはなぜか」

Σ の公式を確認する。

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1), \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1), \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$$

閉区間 $[0,1]$ を n 等分したときの面積を求める。

$$S_n = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} \right)^2 + \frac{1}{n} \left(\frac{2}{n} \right)^2 + \cdots + \frac{1}{n} \left(\frac{n}{n} \right)^2$$

$$= \frac{1}{n} \left\{ \left(\frac{1}{n} \right)^2 + \left(\frac{2}{n} \right)^2 + \cdots + \left(\frac{n}{n} \right)^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{n^3} \{1^2 + 2^2 + \cdots + n^2\}$$

$$= \frac{1}{n^3} \cdot \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

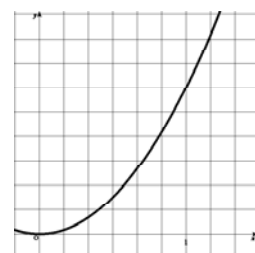
$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \cdot \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) = \frac{1}{3}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ の値が $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ と一致することを

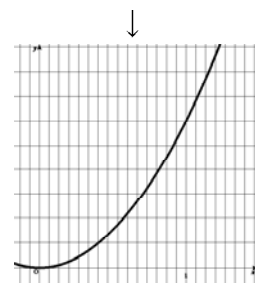
確認させる。(発問3の確認)

発問4 について考える。

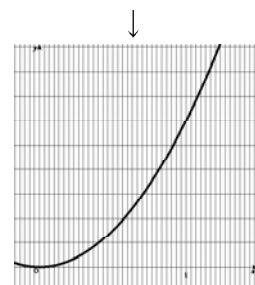
発問5 「長方形の作り方について工夫することができないか」



(図3)

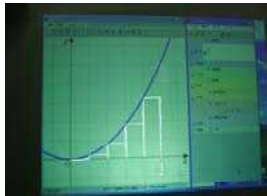


(図4)



(図5)

GRAPES のクリット線の機能を利用して長方形を細かくし、より正確な面積を求めさせようとしている場面

	T_3について考える。【図6参照】 T_nについて考える。 T_nを求める。 $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n = \left\{ 0 + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} \right)^2 + \frac{1}{n} \left(\frac{2}{n} \right)^2 + \cdots + \frac{1}{n} \left(\frac{n-1}{n} \right)^2 \right\}$ $= 0 + \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^{n-1} k^2 = \frac{1}{n^3} \cdot \frac{1}{6} (n-1)n(2n-1)$ $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n = \frac{1}{3}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ の値も $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ と一致することを確認する。	長方形の作り方を変える。  (図6)
まとめ (3分)	$\int_0^1 x^2 dx = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ を確認する。	

(5) 視覚教材を利用した授業の有用性

ア 項目 数学Ⅱ 微分積分「平均変化率と微分係数」

イ 概要

2年生のクラスから調査試験の平均点がほぼ同じ2クラスを選び、そのクラスを対象として次のような授業をそれぞれ実施した。

(ア) クラスA： 通常の板書を用いた授業を実施

(イ) クラスB： コンピューターを利用して説明を行った授業を実施

授業を実施した約一ヶ月後、2年生3学期学年末調査試験が行われた直後、小テスト及びアンケートを実施し、2つのクラスにどのような違いが見られるか検証し、コンピューターを利用した場合の効果を検証する。

(ア) クラス A：授業内容

板書内容

平均変化率

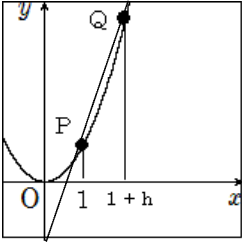


図 1

$$\frac{(1+h)^2 - 1}{h}$$

h を限りなく 0 に近づけると

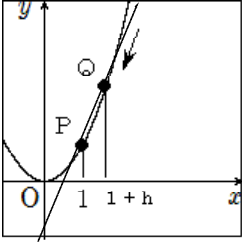


図 2

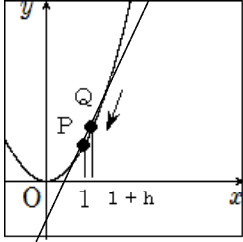


図 3

微分係数

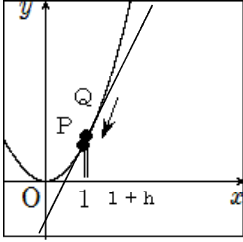


図 4

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^2 - 1}{h}$$

図形的意味

【 2 点 P Q を結んだ直線の傾き $\longrightarrow$ 曲線上の点 P における接線の傾き 】

図 1 図 4 までの 4 つの図を黒板に書き、平均変化率と微分係数の違いを説明する。

(イ) クラス B：授業内容

図 1 図 4 までの点の移動をコンピューターによって黒板に映し出し、動きのある状態で平均変化率と微分係数の違いを説明する。

ウ アンケート内容

- ① 平均変化率と微分係数の授業内容を憶えていますか。
- ② 平均変化率と微分係数の違いを図を用いて説明してください。
- ③ 学年末考査の問題 1 (1) ～ (3 a) までの正答状況を教えてください。

学年末考査問題

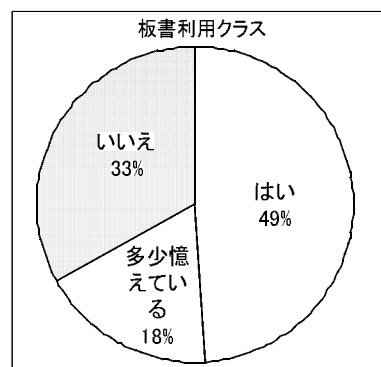
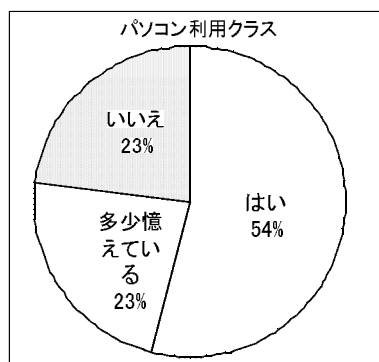
1. 関数 $f(x) = x^2 + x$ について次の問いに答えよ。
- (1) x が 1 から 3 まで変化したときの平均変化率を求めよ。
- (2) x が a から $a+h$ まで変化したときの平均変化率を求めよ。
- (3a) $f'(2)$ の値を求めよ。

エ アンケート結果

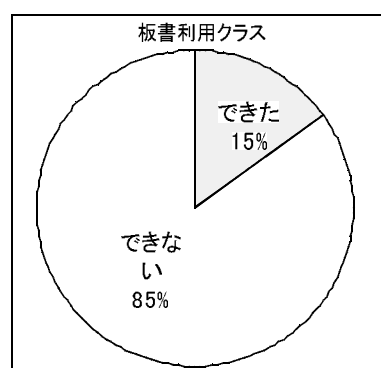
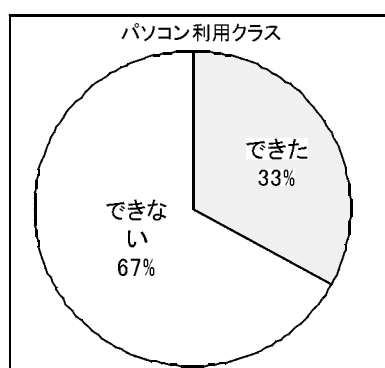
設 問	回 答	パソコンを利用した クラス (41名・39名回答)	板書を利用した クラス (41名・39名回答)
① 平均変化率と微分係数の授業内容を憶えていますか。	はい	21人	19人
	多少憶えている	9人	7人
	いいえ	9人	13人
② 平均変化率と微分係数の違いを図を用いて説明してください。	説明できた	13人	6人
	説明できない	26人	33人
③ 学年末考査問題	設問(1)正答	32人	34人
	設問(2)正答	9人	13人
	設問(3a)正答	24人	26人

オ 考察

① 「平均変化率と微分係数の授業内容を憶えていますか」



② 「平均変化率と微分係数の違いを図を用いて説明してください」



「平均変化率と微分係数の授業について憶えていますか」という問いに対して「はい」と述べた生徒については、パソコンを利用した場合としない場合でも大差は見られなかった。また、「いいえ」と答えた生徒の割合は10ポイント以上の差がついている。これは授業内容自体を憶えているわけではなく、パソコンを使った珍しい授業を受けた記憶があるということが考えられる。実際、アンケートの中にも「パソコンを使って何か説明していた」という曖昧な記述があった。また学年末考查問題の正答率も2クラスとも差違がないことがわかる。以上のことにより、授業内容の記憶、成績に変化は見られないと考えられる。しかし「平均変化率と微分係数の違い」について説明ができる生徒の割合に大きな差が出た。このことは学年末考查の試験勉強により平均変化率や微分係数の公式や計算の仕方などの機械的処理はできるが、根本的な平均変化率や微分係数の意味や関係など、今回の試験内容では測ることができない数学的な見方や理解に差がついたと考えられないだろうか。その意味でパソコンを使用した動く教材によって生徒の意識・関心が高まり、数学的な見方や考え方を向上する効果が現れたと確信する。

4 おわりに

今日の情報化社会は、コンピューターを中心として日々進歩しており、その変化の速さに取り残されてしまう感じがする。教育現場においても、教科「情報」が設置され、各学校においてもコンピューターを利用できる環境が整備されている。私が学生の時代には考えられない状況である。今後さらにコンピューターを中心とした情報化が加速されるであろう。将来そのような状況において、学校現場では生徒の学習活動は常にコンピューターを用いた授業が行われるのではないかと想像できる。

今回、「動的な視覚教材を利用した授業」というテーマで2年間取り組んで、私が実感したことは次のようなものである。当初はコンピューターで動きや変化のある状態を映写して、授業効果が上がると考えていたが、生徒から「ノートの手取り方がわからない」、「理解できたが問題の解き方がわからない」との指摘が多かった。つまりその場で感覚的には納得・理解はできたが、実際には問題をどのように解答してよいか分からない。そのため授業展開に配慮して、最初にコンピューターを利用して視覚的に捉えさせ、次に同じ内容をもう一度板書しながら説明するようにした。

結果、「紙面では理解しにくい内容」や「動きのあるものや変化のある状態」を、直接見ることができるので「その状態」を理解することにより、状況判断が高まり「興味・関心・意欲」が高まってくる。この視覚的に理解ができている状況において、板書でさらに説明することにより、「数学的処理能力」を今度は高めることができる。

このようにコンピューターと板書を併用することにより相乗効果が現れると考えられる。この「動的な視覚教材を利用した授業」がわかりやすい授業の一つとして位置づけられると考える。