

習熟度に応じた学習内容の工夫とその実践

立 高等学校 (数学科)

1 はじめに

学力低下への不安が高まる中、中央教育審議会が平成20年1月に学習指導要領の改善を答申の中で打ち出した。その中の「学習指導要領改訂の基本的な考え方」で、基礎的・基本的な知識・技能の一層の習得・理解を図る具体的な方策として『発達や学年の段階に応じた指導の重視』をあげている。

私が今まで勤務してきた学校でも、数学における学力低下の傾向が見られ、学習意欲がもてず数学を不得意とする生徒が少なからずいると感じた。そのため、主教材としての教科書のみでは、基礎的・基本的な知識・技能の習得が難しいことが多かった。本校では個に応じたきめ細かな指導をするため、数学では1, 2学年で習熟度別少人数授業を実施している。そこでは、それぞれの習熟度に合った目標と学習内容を設定することが重要である。各学校においても習熟度のレベルが異なるため、それに合った目標と学習内容を設定しなければならない。そして、それを達成するには学習意欲向上のために興味・関心をもたせる授業が必要であり、生徒の知的好奇心や追求意欲を刺激する教材の工夫が大切となる。平成11年12月発行の高等学校学習指導要領解説・数学編・理数編の総説 数学科の目標を見ると、「高等学校における数学教育の意義」の中に『数学への興味・関心をもたせ、学習への意欲を高めることを大切にした』とある。

これらのことから、基礎的・基本的な知識・技能の定着によって「確かな学力」の育成を目指すため、習熟度に応じた学習目標を明確にするとともに、生徒に興味・関心をもたせる授業ができないかと考え、本研究に取り組んだ。

2 本校数学の現状と研究内容

(1) 本校数学の教育課程

本校の研究対象学年では1学年で数学 I 、数学A、2学年で数学 II を全員履修し、この3科目では習熟度別少人数授業を実施している。数学Bは2学年または3学年文系で選択履修できるが、3学年で理系を希望する生徒は2学年で履修している。3学年理系では数学 III を履修し、数学Cを選択履修できる。したがって、数学は多い生徒で17単位、少ない生徒で9単位を履修することになる。

表1 数学科教育課程(対象学年)

科目	1年	2年	3文	3理
数学	3			
数学		4		
数学				4
数学A	2			
数学B		(2)	(2)	
数学C				(2)

()は他教科・科目との選択

(2) 習熟度別少人数授業の展開

ア クラス編成について

研究の対象学年における習熟度別クラス編成においては、学年4クラスのうち2クラス(約80人)を3クラスに分け、理解度の高い順に、Aクラス(約35人)、Bクラス(約25人)、Cクラス(約20人)としている。なお、1学年は入学後に実施する課題テスト

で習熟度別クラスを決め、その後は前学期の成績をもとに各学期においてクラス替えを行っている。2学年においても1学年の成績をもとに習熟度別クラスを決め、その後は毎学期クラス替えを行っている。

イ 各クラスの目標と指導の流れ

Aクラス……教科書の内容全般を学習し、ワークブックを利用して発展問題も多少扱い応用力を育成する。

Bクラス……教科書の内容全般を学習し、基本的な内容に時間をかけ基礎力の育成に力を入れる。

Cクラス……教科書の中で基本的内容を精選し、基礎力の定着と計算力の向上を図る。

ウ 定期テストに向けての学習

定期テスト前にはテスト問題作成者が、基本問題を中心としたテスト約60点分の内容で「テスト対策プリント」を作成し、全生徒に配付している。Aクラスではそのプリントで基本問題を確認後、応用問題に取り組んでいる。Bクラスではプリント全問題を学習し、理解できた生徒はワークブックを利用して応用問題にも取り組んでいる。

Cクラスではその中でも基本問題を中心に学習し、50点程度を目標に指導している。

エ 習熟度に応じた学習目標の一例

数学においてはそれぞれの項目において学習目標を決める必要がある。特に習熟度別少人数授業では、各クラスにおける生徒の状況に合った目標を立てなければならない。例えば、数学では第1章で因数分解や2次方程式における解の公式を指導したが、BクラスとCクラスでは「共通因数のくくり出し」や「係数のくくり出し」ができない生徒が多く見られる。この後学習する第2章の2次関数における式の変形では、因数分解、係数のくくり出しが必要となるため、学年全員に資料1のような確認テストを実施し、理解度をチェックした。その結果が表2である。

資料1 (確認テスト)

次の()にあてはまる式を入れよ。
 $x^2 + 6x + 9 = (\quad)^2$
 $2x^2 + 8x = 2(\quad)$
 $-2x^2 + 6x = -2(\quad)$

表2 (正答率)

	Aクラス	Bクラス	Cクラス	1学年
	97%	83%	69%	87%
	78%	54%	39%	62%
	74%	51%	36%	59%

この状況から $y = a(x - p)^2 + q$ へ変形させる指導は資料1の説明後、Aクラスは $a < 0$ 、Bクラスは $a > 0$ 、Cクラスは $a = 1$ までを学習目標とした。Bクラスにおいては右の例1～例3で解説後に演習を行い、Cクラスでは例1～例2で解説後に演習を行った。

例1 $y = x^2 + 6x$
 $= (x + 3)^2 - 9$
 例2 $y = x^2 + 6x + 8$
 $= (x + 3)^2 - 1$
 例3 $y = 2x^2 + 8x + 5$
 $= 2(x + 2)^2 - 3$

(3) 研究内容

このように各クラスの習熟度に合った学習目標と教材を作成する必要がある。そこで単元における学習目標の達成と、各授業における学習目標の達成への工夫について、次の2点を研究することとした。

(研究の実践1)単元内で学習目標とする項目を精選し、その項目別に学習目標にあったプリントを計画的に作成し、生徒が学習しやすいようにする。

(研究の実践2)授業1時間における学習目標を達成するために、生徒が興味・関心を持ち、記憶に残る内容を授業に取り入れる。

3 研究の実践 1 ～プリントの計画的利用～

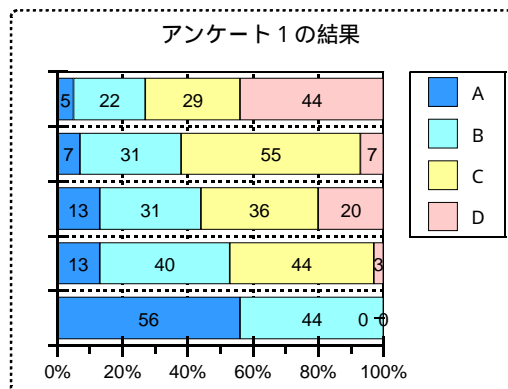
(1) 実践のねらい

ここでは2学期に数学AのBクラスの2クラスを対象とした学習目標を考えるため、1学期における生徒の学習方法やテスト対策プリントの活用状況をアンケート調査しプリント作成の方針を立てた。

資料2 (アンケート1)

中学校のとき数学は好きだったか。	
A 好きだった	B 少し好きだった
C あまり好きでなかった	D 嫌いだった
高校の数学Aは1学期に理解できたか。	
A 理解できた	B だいたい理解できた
C あまり理解できなかった	D 理解できなかった
対策プリントの問題が教科書、ノートのどこにあるかわかったか。	
A わかった	B だいたいわかった
C あまりわからなかった	D わからなかった
テストにおいて対策プリントで学習した問題はできたか。	
A できた	B だいたいできた
C あまりできなかった	D できなかった
対策プリントは役に立ったか。	
A 役に立った	B だいたい役に立った
C あまり役に立たなかった	D 役に立たなかった

グラフ1



アンケート結果で資料2、グラフ1を見るとでは数学を好きでないと感じている生徒が73%おり、では1学期の内容を理解できたのは38%しかいないことがわかる。またではテスト前の対策プリントは、ほとんどが役に立ったと感じているのにもかかわらず、を見るとその成果が出たのは約半分程度ということになる。

そこで、今回は「確率の定義、基本問題、順列・組合せを利用した確率」を中間テストまでの学習目標として学習計画、テスト問題を作成し、それをもとに次の点に留意しながらプリントを事前に作成し、授業で活用することとした。

- ・テストまでの決められた期間、全員共通の学習目標を立て、それを意識付けして取り組ませる。
- ・その範囲のプリントを項目別に準備し、それぞれの学習方法を習得させる。
- ・各問題の理解度をチェックさせ、自分の目標到達状況がわかるようにする。
- ・各問題と教科書の問題の対応を示し、確認できるようにする。
- ・同じプリントを2回以上利用し、不十分な内容を復習させる。

(2) 実践の概要

ア 考查問題・プリントの作成

プリントを利用した授業展開は数学A(2単位)における確率の前半で、2学期の中間までに10回の授業を表3のように計画を立てて実施した。

全員共通の学習目標を表3の1～4と5の一部とし、それぞれ1枚ずつのプリント～(資料3)を作成した。問題は先に作成した中間考查23問(資料4)における問1～問15の類題15問(60点分)とし、教科書の各例題、問の解説後に演習

表3 (授業計画と利用プリント)

限	項目	利用プリント
1	試行と事象・確率の定義	プリント
2	さいころなどの簡単な確率	プリント
3	順列を利用した確率	プリント
4	組合せを利用した確率	プリント
5	加法定理1(排反事象)	プリント
6	加法定理2	
7	余事象の確率	
8	復習	プリント
9	復習	プリント
10	中間考查	

問題として利用した。また、どの問の類題かがわかるように各問題の後に教科書のページと問の番号を入れ、学習後には問題ごとに理解度をチェックしプリント下部のA～Dを□に記入させた。特に問題が解けたときはAを記入するようにさせた。プリントは各授業においてクリアホルダーに挟んで回収し、チェックした。そして、その内容を評価して平常点に入れることによって「やる気」をもたせるようにした。

このように学習目標を全員に意識させ、計画的な流れで理解度を確認することで、テスト前の復習をしやすいようにした。

また、Bクラスには1学期の努力でCクラスから入ってきた生徒もいれば、さらに努力すればAクラスに進める生徒もいる。したがって学習目標まで理解できた生徒には、次の学習目標としてワークブックを利用して表3における5, 6, 7の内容に取り組みせるようにした。

資料3 (プリント)

数学A プリント (回目)	
① 1個のさいころを投げるとき、次の確率を求めよ。 《教科書P45, 問3》□	
(1) 偶数の目が出る確率	
(2) 3以上の目が出る確率	
② 1組52枚のトランプの中から1枚抜き出すとき、次の確率を求めよ。 《教科書P45, 問3》□	
(1) クラブが出る確率	
(2) ハートの8が出る確率	
③ 赤玉3個と白玉4個が入った袋から玉を1個取り出すとき、その玉が赤玉である確率を求めよ。 《教科書P45, 問4》□	
各問題の□に次のA, B, C, Dのうち当てはまるものを入れよ。	
A わかった	B だいたいわかった
C あまりわからない	D わからない
第1学年 組 番・氏名 _____	

資料4 (テスト問題とその項目)

問	題	項目
1個のさいころを投げるとき、次の確率を求めよ。 (問1) 3の倍数の目が出る確率 (問2) 4以上の目が出る確率		試行と事象・確率の定義 〔プリント 〕
1組52枚のトランプの中から1枚抜き出すとき、次の確率を求めよ。 (問3) ダイヤが出る確率 (問4) スペードの5が出る確率		
(問5) 赤玉3個と白玉5個が入った袋から玉を1個取り出すとき、その玉が白玉である確率を求めよ。		
2個のさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めよ。 (問6) 目の和が8になる確率 (問7) 目の和が4の倍数になる確率		さいころなどの簡単な確率 〔プリント 〕
3枚の硬貨を同時に投げるとき、次の確率を求めよ。 (問8) 3枚とも表が出る確率 (問9) 表が2枚以上出る確率		
(問10) 1, 2, 3, 4, 5の5個の数字を並べて5桁の数を作るとき、それが5の倍数である確率を求めよ。		順列を利用した確率 〔プリント 〕
a, b, c, d, e, f, gの7枚のカードを横1列に並べるとき、次の確率を求めよ。 (問11) aとbが両端にくる確率 (問12) aとbが隣り合う確率		
(問13) A, B, C, D, E, F, Gの7人から3人の代表を選ぶとき、Aが代表に入る確率を求めよ。		組合せを利用した確率 〔プリント 〕
(問14) 男子5人, 女子3人の中から2人の委員を選ぶとき、2人とも男子である確率を求めよ。		
(問15) 100本のくじの中に1等が1本, 2等が4本, 3等が6本入っているとき、1等または2等が当たる確率を求めよ。		加法定理1 (排反事象) 〔プリント 〕

問 題	項 目
(問16) A, B, C, D, E, F, Gの7人から3人の代表を選ぶとき, 代表にAが入り, Bが入らない確率を求めよ。	組合せを利用した確率
(問17) 男子5人, 女子3人の中から2人の委員を選ぶとき, 少なくとも1人は女子である確率を求めよ。	余事象の確率
1組52枚のトランプの中から1枚抜き出すとき, 次の確率を求めよ。 (問18) エースか絵札が出る確率	加法定理1 (排反事象)
(問19) ハートか絵札が出る確率	加法定理2
(問20) 赤玉6個, 白玉4個が入った袋から3個の玉を同時に取り出すとき, 同じ色の玉が出る確率を求めよ。	加法定理1 (排反事象)
(問21) 1から100までの数字を1つつ書いたカード100枚がある。この中から1枚を抜き出すとき, その数字が3の倍数または5の倍数である確率を求めよ。	加法定理2
(問22) 3個のさいころを同時に投げるとき, 少なくとも1個は3の倍数の目が出る確率を求めよ。	余事象の確率
(問23) 赤玉4個, 青玉3個, 白玉2個が入っている袋から2個の玉を同時に取り出すとき, 2個の玉の色が異なる確率を求めよ。	

問13と問16, 問14と問17は, 中間テストではそれぞれ同問題の(1)(2)で出題した。

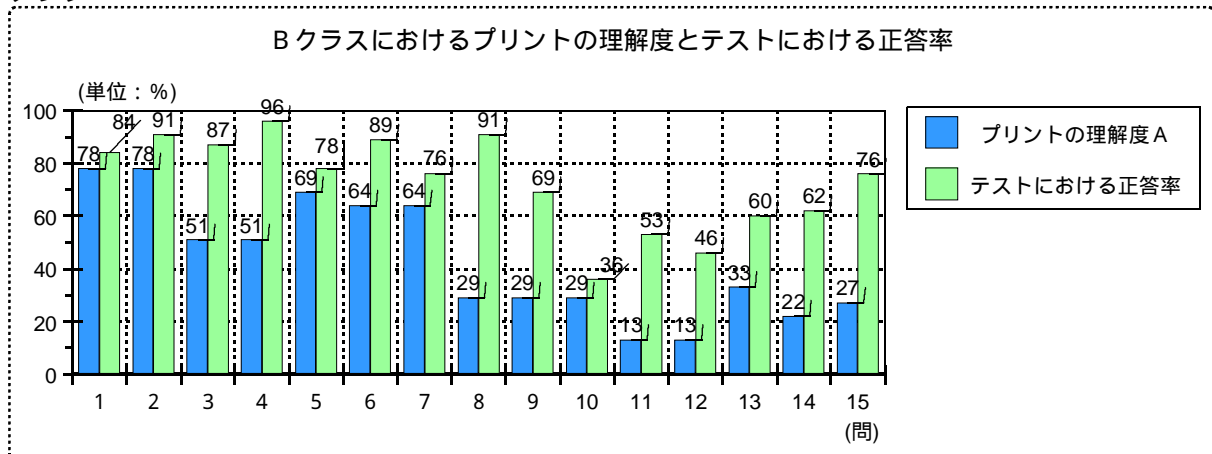
イ テスト前における復習と自己理解度の確認

テスト範囲までの授業が終了した後, 表3の8, 9の授業において1~4で利用した4枚のプリントを再度配付し, 理解度が不十分な部分を中心に組み合わせた。全問理解できた生徒は数名だけであったが, ワークブックで5, 6, 7の内容にチャレンジするようにページ及び問題を指示した。テスト前最後の授業では, 4枚の問題を1枚にまとめたプリントを改めて「テスト対策プリント」として配付し, 最終チェックとして組み合わせた。また, 全部で60点分であることを伝え, 現在自分が到達していると思われる点数を確認させた。

ウ テスト結果

中間テストの結果において, 対象生徒であるBクラスにおける問1~問15の正答率と, プリント ~ でチェックした類題の理解度で「A わかった」と答えた割合をグラフ2にまとめた。また, プリント学習した問1~問15の正答率は75%, プリント学習していない問16~問23の正答率は13%となった。

グラフ2

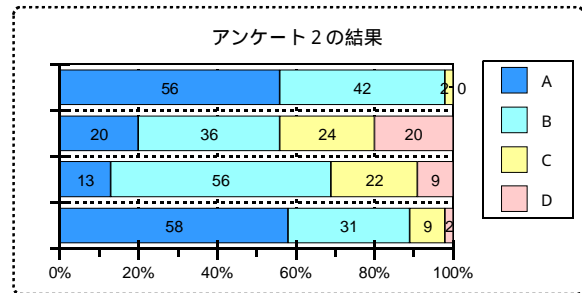


エ 事後アンケート

資料5（アンケート2）

授業で使った4枚のプリントは利用できたか。
 A 利用できた B だいたい利用できた
 C あまり利用できなかった D 利用できなかった
 今回は4枚のプリントで学習目標をはっきりさせて勉強したが、目標を達成できたと思うか。
 A 思う B だいたい思う
 C あまり思わない D 思わない
 テストでプリント学習した問題はできたか。
 A できた B だいたいできた
 C あまりできなかった D できなかった
 プリントは役に立ったか。
 A 役に立った B だいたい役に立った
 C あまり役に立たなかった D 役に立たなかった

グラフ3



感想（抜粋）
 4枚のプリントは自分がどれくらいできていて逆にできていないかが、すぐ見てわかりやすいからとても勉強しやすかった。項目ごとに1枚ずつプリントがあるので、できないところがあるので良かった。基礎問題が中心で良かった。プリント以外の勉強もしてみたい。プリントをしっかりとやっておけば良かった。プリントはかなり役に立った。プリントの問題を増やしてほしい。

(3) 考察

今回の実践は習熟度別少人数授業のBクラスでプリント～の4枚を利用して実施したが、中間テストの結果をグラフ2で見ると簡単な問題のプリントで学習した問1～問9は正答率がほぼ70%を超えている。それに比べて順列、組合せを利用した問題のプリントで学習した問10～問15は正答率があまり高くない。しかし、問別に正答率とプリントの理解度Aの割合を比較すると、正答率の方が上まわっている。特に問11で比較すると正答率の割合がプリントの理解度Aの割合の約4倍になっていて、チェックした理解度に応じて復習した成果があったと考えられる。

資料5、グラフ3のでは、プリントが役立ったと感じた生徒が89%に達していることがわかる。また、感想からどこを勉強したら良いかがわかるとあり今回の目標として考えていた学習方法が少し習得できたと思える。また、自分のでき具合がわかり勉強しやすいとあることから、プリントでの理解度チェックの成果も出ている。その他基本問題が中心で良かったなど勉強しやすいと感じた生徒が多くいたので、基本問題を精選し問題数が多すぎないようにすれば取り組みやすいと言える。

しかし、プリントの問題を増やしてほしいともあるので、個に応じた学習量を考えプリントをさらに準備しておくことも必要である。

4 研究の実践2 ～興味をもたせる授業展開～

(1) 実施のねらい

理解度の高いクラスでは基本的内容よりも応用的内容に時間をかけた学習内容となるが、数学を苦手とする生徒には基本的内容に少しでも興味・関心をもち、記憶に残る内容を授業に取り入れる必要がある。本校における習熟度別少人数授業においても興味・関心をもたせることができれば、授業に参加し学習に取り組める生徒が増えると思われる。それには身近にあるものの写真を利用したり、実験をすることによって生徒の興味を引き、授業に関心をもたせる方法が考えられる。

そこで、数学・数学AのBクラス、数学のCクラスそれぞれ2クラスにおいて、生徒にとって身近な内容を教材として授業を実施した。

(2) 授業実践1 ～数学・三角比の利用～

ア 実践の概要

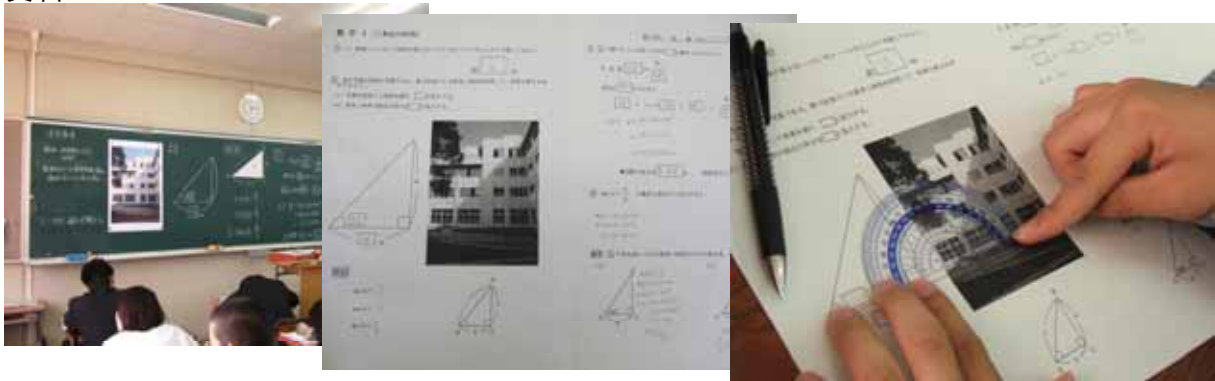
(ア) 授業の内容

鋭角の三角比における「三角比の利用」で、三角比の表を用いて木の高さ等を求める内容がある。今回は、身近な教材として実際に授業で利用している校舎の高さを取り入れてみた。分度器に硬貨等をぶら下げて角度を測る方法もあるが、ここでは校舎の壁に影でできた三角形を利用して測ることにした。そして、計算して出た値を校舎の設計図からわかる値と比べ、正接を利用すれば直接測りにくいもの高さ等を求められることに注目してみた。また、資料6のように、黒板には校舎の写真を掲示し、生徒には同じ写真を印刷したプリントで角度を測らせた。

(イ) 授業の流れ

	学習内容・学習展開	学習の支援と指導上の留意点	評価の観点
導入 5分	黒板に掲示した校舎の写真を見せて、校舎の高さを予想させる。そしてその調べ方を考えさせ、三角比が利用できることを確認する。	<ul style="list-style-type: none"> 影で直角三角形ができていることに気づかせる。 実際に三角形の底辺の長さを測ったことを伝える。 	<p>関心・意欲・態度 校舎の写真を見て興味・関心をもてるか。</p>
展開 35分	<p>プリント教材(資料6)</p> <ul style="list-style-type: none"> 予想した校舎の高さを記入させる。 写真に写っている校舎の影が直角三角形になっていることを利用し、角度を測り記入させる。 三角形の底辺となる距離を14m、校舎の高さを x として $\tan 48^\circ = \frac{x}{14} \text{ より}$ $x = 14 \times \tan 48^\circ$ $= 14 \times 1.1106$ $= 15.5484 \text{ (m)}$ <ul style="list-style-type: none"> 実際の高さ(15.47m)を発表し、計算結果と比べる。〔設計図より〕 $\tan A = \frac{a}{b}$ を $a = b \tan A$ に変形して利用する。 問題演習(プリント) <p>練習(1)(2)</p>	<ul style="list-style-type: none"> 角度が48°であることを、確認する。 三角形の底辺の長さは、事前に測った14mを利用する。 $\sin A, \cos A, \tan A$の確認をし、$\tan A$が利用できることに気づかせる。 三角比の表の使い方を確認する。 三角比を利用すれば実際に測れないところも求めることができることに気づかせる。 距離、角度を正確に測れば正しい値がわかることを理解させる。 $a = b \tan A$ を定着させる。 机間指導をし、個別のやり取りで理解を深めさせる。 	<p>数学的な見方や考え方 写真から直角三角形が読み取れるか。</p> <p>表現・処理 分度器で角度を正確に測れるか。</p> <p>知識・理解 三角比を覚えているか。また、正接の式を作れるか。三角比の表が利用できるか。</p> <p>関心・意欲・態度 三角比の利用を知ることによって、意欲的に取り組んでいるか。</p> <p>表現・処理 $\tan A$を利用できるようになったか。</p>
まとめ 10分	<p>本時のまとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> $\tan A$の使い方について確認し確認テストをする。(資料8) 	<ul style="list-style-type: none"> 富士山やピラミッドの高さも、この考え方を応用して測れることを理解させる。 	<p>知識・理解 三角比の利用が理解できたか。</p>

資料6

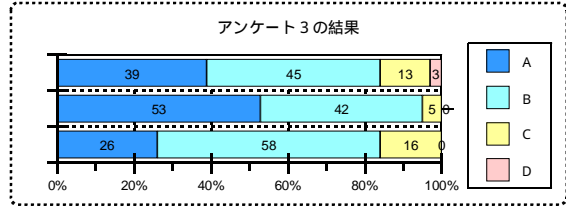


(ウ) 事後アンケートと確認テスト

資料7 (アンケート3)

校舎の高さを調べた授業は、興味をもてたか。	A 興味をもてた	B 少し興味をもてた
	C あまり興味をもてなかった	D 興味をもてなかった
教科書の例題と比べてわかりやすいか。	A わかりやすい	B 少しわかりやすい
	C あまりわかりやすすくない	D わかりやすすくない
「三角比の利用」は理解できたか。	A 理解できた	B 少し理解できた
	C あまり理解できない	D 理解できない

グラフ4



感想 (抜粋)

三角比を利用すれば実際のものの高さを調べられる事を知りびっくりした。身近な物を使った方がおもしろく楽しいし、勉強する気がわいてくる。今回の授業は写真などを使っていたので、いつもより楽しく取り組めた。教科書と違って、わかりやすい例があったので良かった。写真を見ながら長さを測ったりしてやったからわかりやすかった。教科書を見てもわかりづらいけど、こんな風に問題を解いているとわかりやすい。全体的にわかりやすく身近に三角比が使われていることもわかったので良かった。いつもより理解できたし、興味をもって取り組めた。嫌いだったのが好きになりました。

資料8 (確認テスト)

次の直角三角形において三角比の表を利用してBCの長さを小数第1位まで求めよ。

正答	79%
不正答(計算間違い)	18%
不正答	3%

イ 考察

生徒は黒板に掲示した校舎の写真に注目し、いつもより反応が良く全員が参加していた。また、プリントもしっかりと記入し、いつも「わからない」と言っていた生徒が黙々と取り組んでいた。アンケートは資料7の内容で実施し、結果はグラフ4のようになった。から「興味をもった」生徒の割合が、84%あり、から「わかりやすい」と感じた生徒の割合が、95%ある。授業の終了時に実施した確認テストでも正答率が79%で、他に18%が式はできていたものの計算を間違えた生徒であった。前時の授業では、普通の直角三角形を利用した教科書の例題で正弦・余弦の利用法を説明したが、机間指導で見ただけでは理解度が半分程度であった。これに比べると校舎の写真を利用しただけでもかなりの効果があったと言える。

教科書の練習問題でも写真等を利用し工夫された問が載っているが、今回生徒が興味をもてたのは自分達の校舎の高さを利用したからであり、生徒の身近にあるものを教材として利用したときの効果が高いことが確認できた。また、感想からも「楽しく取り組めた」「勉強する気がわいてくる」などが読み取れ、『関心・意欲・態度』に効果があると考えられる。

今回は影のできる三角形の形や底辺の長さを考えて写真を撮影したが、影がない写真でも自分で三角形を書き込み底辺を測定することができる。それぞれの習熟度に応じた工夫が教師には必要だと思う。

(3) 授業実践2 ~ 数学A・期待値 ~

ア 実践の概要

(ア) 授業の内容

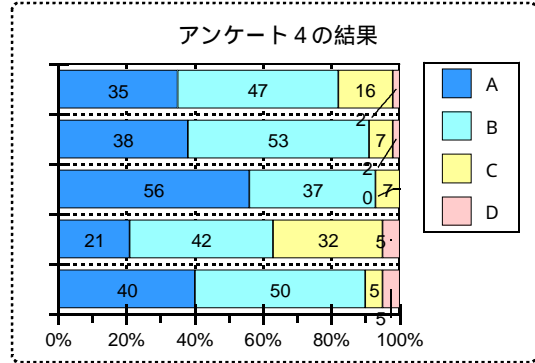
さいころを指定した時間だけ投げる実験で、まず出る目の数の平均値がどのくらいになるかを予想させ、実験結果と比べてみた。次に、実験結果を期待値の公式から得られた値と比べさせ、近い数になることに注目させた。また、ここでは実験に全員が参加して結果を導くことによって興味・関心をもたせ、期待値を理解させることを考えた。

(ウ) 事後アンケート

資料11(アンケート4)

今回はほかの授業に比べて興味をもてたか。	
A 興味をもった	B 少し興味をもてた
C あまり興味をもてなかった	D 興味をもてなかった
今回は「おもしろい」と思ったか。	
A 思った	B だいたい思った
C あまり思わなかった	D 思わなかった
まじめに取り組めたか	
A 取り組めた	B だいたい取り組めた
C あまり取り組めなかった	D 取り組めなかった
理解できたか	
A 理解できた	B だいたい理解できた
C あまり理解できなかった	D 理解できなかった
今回の授業は印象に残ったか	
A 残った	B だいたい残った
C あまり残らなかった	D 残らなかった

グラフ 5



感想(抜粋)
 いつもより楽しめた。 楽しくやることができた。 普通の授業より興味をもつことができた。 普通の授業と違いとても印象に残った。 なぜ実験すると3.5に近づくのか疑問に思う。 内容はわかりやすかったので、理解できた。 コインで実験したらどうなるか。 さいころをいっぱい転がして疲れた。大変だった。 やってみたいとわからないということがわかった。 結果を見るとすごい数字になったのがすごかった。

イ 考察

表 4

2クラスとも約10,000回の実験ができたのでかなり3.5に近い数になった。また、出席生徒数が21人、20人という少

	生徒数	目の数の合計	実験回数	目の数の平均
1・2組	21	36,135	10,342	3.4940
3・4組	20	34,128	9,841	3.4679

人数だったため実験に30分が必要で授業を2回としたが、40人のクラスであれば生徒1人の実験回数を半分にできるので、さいころの数等の工夫をすれば1回の授業でも可能となる。資料11、グラフ5を見ると から「興味をもった」生徒の割合が、82%あり、 から「おもしろく感じている」生徒の割合が、91%ある。感想からも実験の結果を不思議に感じたり印象に残った生徒が多く見られる。また、「大数の法則」として数学的確率と統計的確率が一致することもよく授業に取り入れられるが、それを利用して期待値としても実験することができた。途中の計算においてはかなり数が大きくなるので電卓を利用したが、配付したプリントと同じものを黒板に掲示するなどの工夫も行った。いつもは授業に取り組めずプリントの提出もあまりできない生徒も参加し、全員で実験するということから生徒が意欲的になり、回収したプリントも全員完成させていた。数学が苦手な生徒に興味をもたせ、授業に参加させるにはかなり効果があったと言える。しかし、 から理解できた生徒が約60%なので、学習目標の達成にはさらに工夫が必要となる。また、コンピューターを利用して1～6の間の乱数を発生させれば、数多くのデータを検証する方法も考えられるので、実験を行うことによって興味・関心をもたせる他の方法も考えてみたい。

(4) 授業実践3 ～数学・指数関数～

ア 実践の概要

(ア) 授業の内容

紙を折り重ねてできる厚さを利用して指数関数の特長をつかみ、グラフをかいてその形からも確認する。ここでは、生徒一人一人が実際に紙を折り重ねることと、教室の天井までの高さや富士山の高さなどで興味・関心をもたせるように考えた。

そして、生徒一人一人が作業することによって授業に参加させ、指数関数の特長をグラフの利用で理解させることを目標とした。

資料12

数学Ⅱ (指数関数)

●紙を1回折ると厚さは2倍になり、もう1回折ると厚さは4倍になる。それではノートと同じ厚さにするには紙を何回折ればよいか予想する。結果 [5] 回

●教室の天井までの高さ約3mにするには何回折ればよいか予想する。結果 [20] 回

●紙の厚さを0.1mmとして計算してみよう。

[1回] $0.1 \times 2 = 0.2$

[2回] $0.1 \times 2^2 = 0.1 \times 4 = 0.4$

[3回] $0.1 \times 2^3 = 0.1 \times 8 = 0.8$

[4回] $0.1 \times 2^4 = 0.1 \times 16 = 1.6$

[5回] $0.1 \times 2^5 = 0.1 \times 32 = 3.2$

[6回] $0.1 \times 2^6 = 0.1 \times 64 = 6.4$

[7回] $0.1 \times 2^7 = 0.1 \times 128 = 12.8$

[8回] $0.1 \times 2^8 = 0.1 \times 256 = 25.6$

[9回] $0.1 \times 2^9 = 0.1 \times 512 = 51.2$

[10回] $0.1 \times 2^{10} = 0.1 \times 1024 = 102.4$

[11回] $0.1 \times 2^{11} = 0.1 \times 2048 = 204.8$

[12回] $0.1 \times 2^{12} = 0.1 \times 4096 = 409.6$

[13回] $0.1 \times 2^{13} = 0.1 \times 8192 = 819.2$

[14回] $0.1 \times 2^{14} = 0.1 \times 16384 = 1638.4$

[15回] $0.1 \times 2^{15} = 0.1 \times 32768 = 3276.8$

結果 [15] 回

富士山 高さ 3776m

(7) 東京タワー (333m)

(4) 富士山 (3776m)

(5) スズメレスト山 (888m)

(2) 天井までの距離 (約3m)

(6) 天井までの距離 (約3m) を2倍にする

●このまま25回まで折ると富士山よりも厚くなるか、どのくらい厚くなるか、 (0.1×2^{25}) mmの厚さになるか考えてみよう。

●知覚の単位は? (0.1×2^{25}) mm

●紙を折る回数(自然数)であり連続的ではないが、指数関数 $y = 0.1 \times 2^x$ (xは自然数)と見るとどのようなグラフになるだろうか。0.1mmから始めて25回に達するまでの様子を見てみよう。

●ここでは標準だけに着目して指数関数 $y = 2^x$ とし、そのグラフをみてみよう。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y		$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	

$2^x = \frac{1}{2^{-x}}$

資料13



(イ) 授業の流れ

	学習内容・学習展開	学習の支援と指導上の留意点	評価の観点
導入 5分	<ul style="list-style-type: none"> 一人1枚ずつA3の紙を配り、何回折り重ねたらノートと同じ厚さになるか調べる。 だいたい5～6回と確認しプリント(資料12)に記入する。 	<ul style="list-style-type: none"> 厚さは1回折り曲げると2倍、2回で4倍になることに注目させる。 生徒によってノートの厚さは違うので、自分のノートと比べてほしいの回数を確認させる。 	<p>関心・意欲・態度 興味をもって作業に取り組めるか。</p>
展開 40分	<ul style="list-style-type: none"> 教室の天井までの高さ約3mにするには何回折ればよいか予想する。 紙の厚さを0.1mmとし、16回折り重ねるところまで計算し、プリントに記入する。3mに近いのが15回のとときと確認する。 25回のととき富士山、50回のととき太陽までの距離になることを確認し、回数が増えるほど増加が激しくなることを説明する。 折り重ねる回数は自然数であるが指数関数 $y = 0.1 \times 2^x$ (xは自然数)と考えるとどのようなグラフになるか、コンピューターでかいたグラフを黒板に掲示する。 $y = 0.1 \times 2^x$ の倍率に注目し指数関数 $y = 2^x$ のグラフをかき、指数関数の特長を確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 配付したプリントと同じプリント(資料13)を黒板に掲示し、3回目まで記入しながら説明する。 単位をmmからcmに直すことを確認する。 約3mまで15回かかったのに、10回増えただけで富士山の高さまで増加することに注目させる。 25回の2倍である50回で太陽までの距離になることにも注目させる。 グラフから2倍ずつ増える変化が激しいことに気付かせる。 グラフより指数関数の特徴を理解させる。特に漸近線であるy軸への近づき方は細かく説明する。 	<p>知識・理解 累乗について理解し計算ができるか。</p> <p>関心・意欲・態度 指数関数の特徴に興味・関心をもって取り組めるか。</p> <p>表現・処理 表への記入、グラフの作成ができるか。</p>
まとめ 5分	<p>本時のまとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> 紙を折り重ねる回数が増えると厚さの増加が激しくなり、その特長がグラフでわかることを確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 黒板に掲示したプリントを完成させ、生徒に確認させる。 	<p>数学的な見方や考え方 結果を考察できるか。</p>

(ウ) 事後アンケート

資料14(アンケート5)

今回はほかの授業に比べて興味をもてたか。

A 興味をもった B 少し興味をもてた

C あまり興味をもてなかった D 興味をもてなかった

今回は「おもしろい」と思ったか。

A 思った B だいたい思った

C あまり思わなかった D 思わなかった

まじめに取り組めたか

A 取り組めた B だいたい取り組めた

C あまり取り組めなかった D 取り組めなかった

理解できたか

A 理解できた B だいたい理解できた

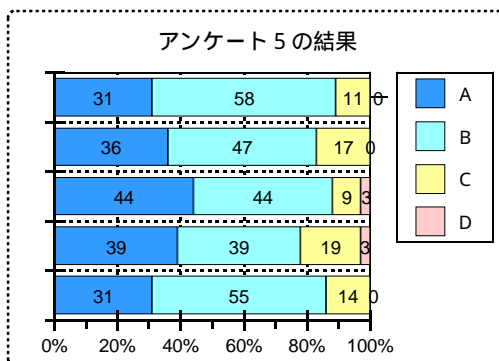
C あまり理解できなかった D 理解できなかった

今回の授業は印象に残ったか

A 残った B だいたい残った

C あまり残らなかった D 残らなかった

グラフ 6



感想（抜粋）

数学は不思議なことがたくさんある教科だと思った。天井までは300回折らないとつかないと思った。最初は小さな数でも倍にしていくとだんだん大きな数になっていくことがわかった。眠くならなかった。いつもと違ってとても印象に残った。かなり意外な結果だった。わかりやすかったので、まじめに取り組めた。物に例えたほうが、何となくでも頭に浮かんでやりやすい。紙の厚さですごい高さになることにおどろいた。紙を50回折っていくだけで太陽にまで届くのがびっくりした。太陽が近く感じた。

イ 考察

授業で利用している教室の天井までの高さを考えさせたため、いつもより興味・関心をもたせる授業展開ができた。資料14, グラフ6を見ると から「興味をもった」生徒の割合が, 89%あり, から「印象に残った」生徒の割合が, 86%ある。また, 感想を見ると中には薄い紙の厚さから300回折り曲げることを予想した生徒もいた。

5～6回でノートの高さになったものが, 15回で天井の高さまでなることには驚き, 興味をもつことによって授業にも集中できていた。そして, 25回で富士山の高さ, 50回で太陽までの距離になることにも更に驚き, 黒板に掲示したグラフを見て2倍ずつ増える変化が激しいことから, 指数関数の特徴の1つを印象に残すことができた。

このように, 意外な結果や予想以上の内容に生徒は興味・関心を示し, 授業に意欲的に取り組むことができ, 基礎・基本の学習にもかなりの効果があることが確認できた。理解度の高いクラスの授業でもこのような説明を加えれば, 生徒は数学の面白さをより味わえると思う。

5 おわりに

今回の研究実践は, 自分が日頃感じていた「習熟度に合った授業」を考えてみた。この研究期間に習熟度別少人数授業のBクラス, Cクラスを担当していたことから, 授業内容を精選していく必要性を常に考えていた。Bクラス, Cクラスでは, 共通範囲で実施するテスト範囲の内容をすべて含んだ復習プリントを配付しても, 生徒はどこから取り組めば良いかがわからないのが現状であった。そこで今回のように精選した問題を4枚のプリントにまとめ, 練習から復習まで使用したところ, 生徒は授業に積極的に取り組めるようになった。そして, 理解できた生徒へは次のプリントの準備が必要になった。

また, 時間をかけて丁寧に説明しても授業に取り組めずやる気のない生徒の学習意欲を高めることを目標とした授業方法を3種類考え実践してみた。実験や身近なことの利用, そして, 意外な結果となる教材に生徒は興味・関心をもち, 基礎的, 基本的な内容を確実に定着させることにも役立った。復習のときなども実験や利用した教材の内容に触れることにより, 学習した内容を思い出させることができた。研究を続ければ, まだまだ利用できる教材を見つけ出せ, 今まで利用された教材でも習熟度に合った利用方法が考えられると思う。

研究実践はこれで一区切りとなるが, 同じ教材でも習熟度に合った使い方があり, その工夫がとても重要であることが理解できた。これを機会に自分が担当する生徒の習熟度を常に確認し, それに見合った授業内容の研究を今後も続けていきたい。

最後に, 今回このような研究の機会を与えてくださった先生方, また数々の御指導, 御助言を賜りました諸先生方に心より感謝申し上げます。

【参考文献】

- ・文部科学省「高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編」実教出版
- ・中央教育審議会答申「幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について」平成20年1月17日
- ・確かな学力を育てる学習指導と評価の在り方 千葉県教育庁教育振興部指導課
- ・江藤邦彦著「ためになる対数と指数」日本実業出版社