

セブンブリッジの強度と静止摩擦係数の関係

The Relationship between the Coefficient of Static Friction and the Strength of the Seven-Bridge

千葉県立船橋高等学校理数科 3 年

中島 啓人 森下 純

はじめに

この研究ではアーチの中でも特に自分の重さを支えるのに適しているセブンブリッジを用いてその強度を求めた。研究で用いたアーチはセブンブリッジと呼ばれるもので、7 個のブロックでできており、アーチの原理をわかりやすく示した模型である。また、カテナリー曲線に近似している。カテナリー曲線とは、紐の両端をもって垂らした時にできる曲線のことで、代々木第一体育館やサグラダファミリアに適用されている。アーチに応用すると、そのアーチは自身の重さを支えるのに最適な形となる。その為、セブンブリッジは自重に強いアーチである。

この研究のきっかけは、以前物理の授業で、発泡スチロールで作られたセブンブリッジに人が乗った時、その橋は壊れることなく耐え抜いたのを見て、アーチ、カテナリー曲線の強さに興味を持ったことである。

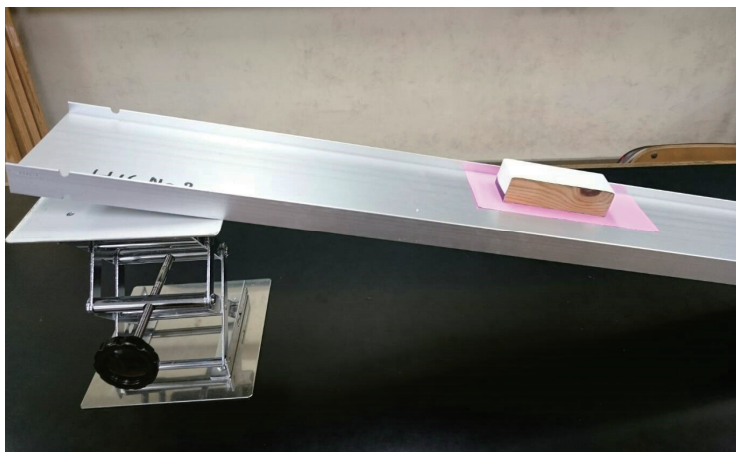
先行研究では、アーチの強度について、半円のアーチや放物線のアーチを用いているものはあったが、カテナリー曲線に近似しているアーチを用いた研究は見つからなかった。その為この研究と先行研究とを比較すれば、理論上最もアーチに適しているカテナリー曲線が実際にどれ程適しているか知ることができる。

目的

セブンブリッジの強度と橋を構成するブロック、土台間の静止摩擦係数の関係を明らかにする。

方法

まず、ブロック間の静止摩擦係数を変えるのに 4 種の紙（画用紙、ポスター、厚紙、ケント紙）を用いた。そのためそれらの紙を組み合わせたときの静止摩擦係数を測った（実験 1）。



①アルミ板と木のブロックに 4 種の紙を組み合わせて貼りブロックをそれに乗せる。

②アルミ板をゆっくり傾けブロックが滑り出した時のアルミ板の角度から静止摩擦係数を計算する。

（各紙の組み合わせごとに 10 回実験を行い、その平均値を静止摩擦係数とした。）

次に、アーチの強度と静止摩擦係数との関係調べるため、下記の実験をした(実験2)。

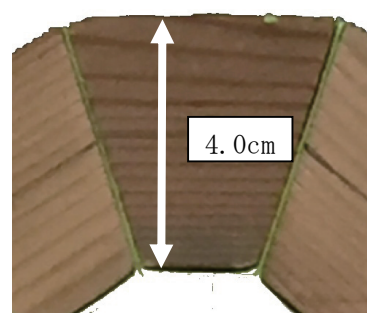


- ①接地面と、印をつけたブロックに静止摩擦係数が同じになるように紙を貼り付け、橋を組み立てる。
- ②橋の要石に一定質量の重りをかけ、その前後にアーチと物差しを入れた写真を撮る。
- ③アーチを組み直し、②を 10 回繰り返した。
- ④重りの質量を変えたり、張り付ける紙の組み合わせを変えたりし

て同様に実験を行った。

⑤画像に写った要石の印と物差しのピクセル数から、要石の変位を測定した。

※ただし、アーチが崩壊した場合は、要石の高さが 4.0cm なので、変位は 4.0cm とする。



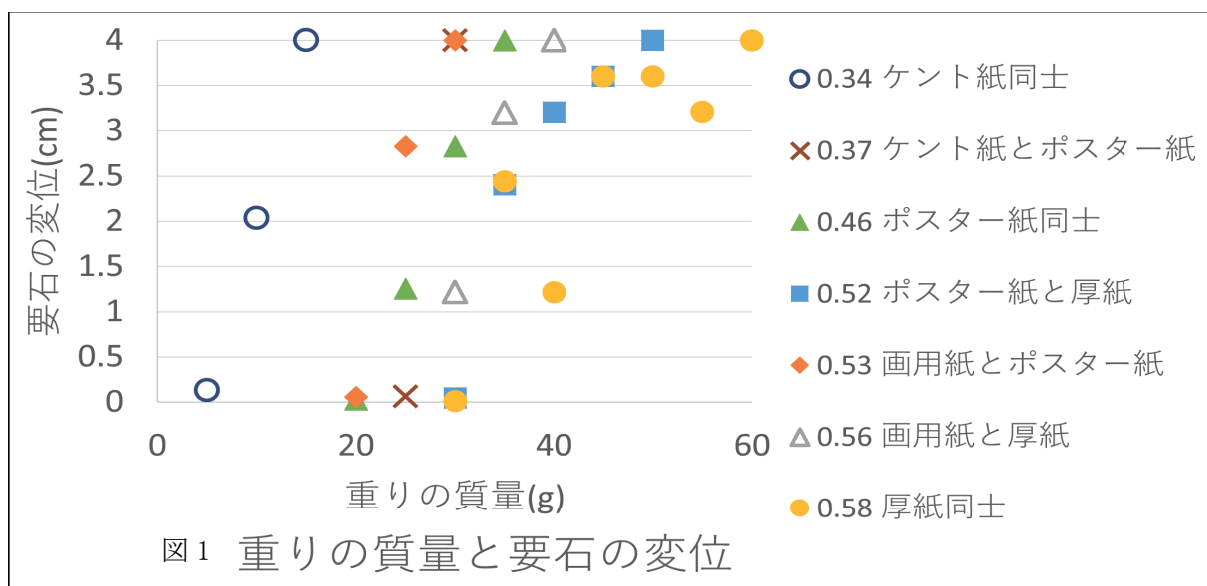
重りは 5g 間隔で変動させた。アーチが毎回崩壊して重りの質量を増やしてもデータに変化がないとき、またアーチが全く動かず重りの質量を減らしてもデータに変化がないとき、それ以降のデータは取らなかった。

結果

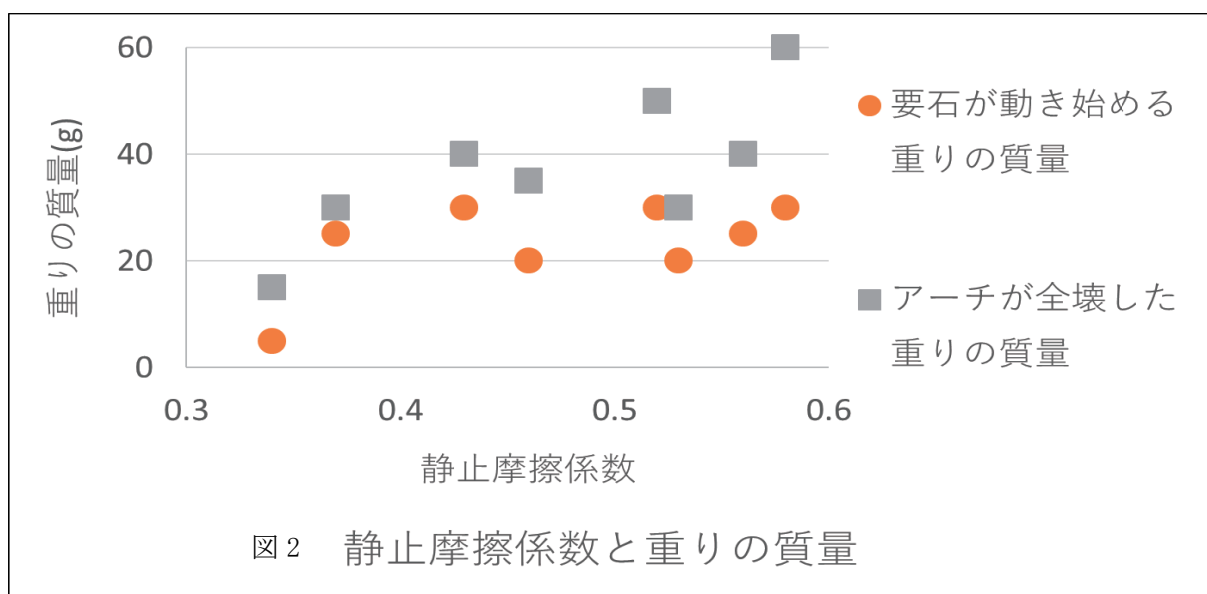
まず、静止摩擦係数の測定(実験1)は以下のような結果となった。

用いた紙	静止摩擦係数
ケント紙同士	0.34
ケント紙とポスター	0.37
画用紙同士	0.43
ポスター同士	0.46
ポスターと厚紙	0.52
画用紙とポスター	0.53
画用紙と厚紙	0.56
厚紙同士	0.58

また、アーチの強度の実験（実験 1）は以下のようになった。



そこで、図 1 の最上点(アーチが全壊した重りの質量)と最下点(要石が動き始める重りの質量)にのみ注目をして静止摩擦係数と重りの質量の関係をグラフに表した。

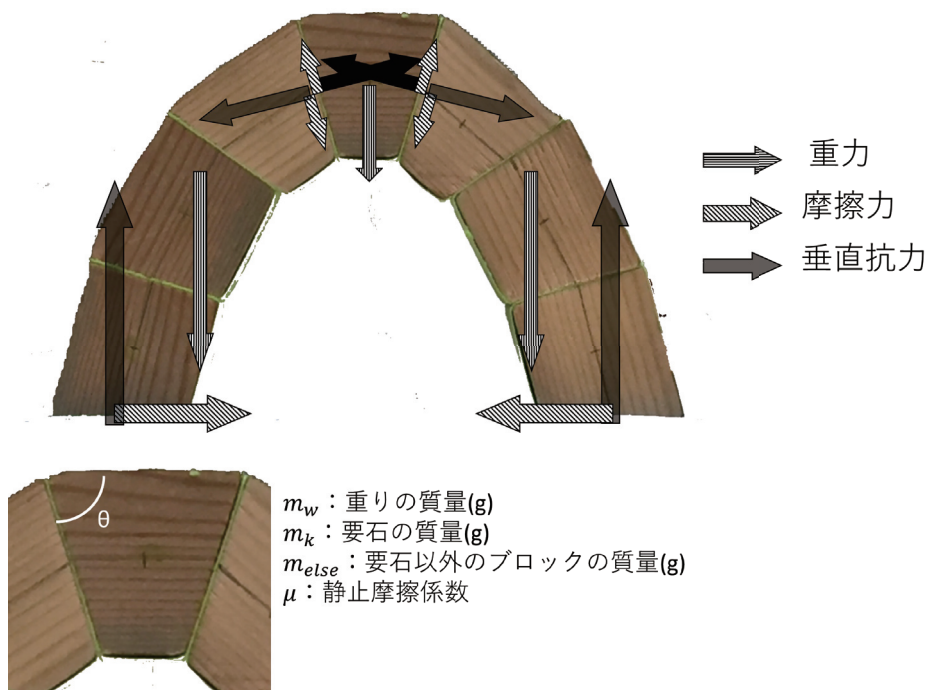


考察

静止摩擦係数が 0.58 を除くグラフは急に上昇しているのに対し、0.58 のグラフは緩やかに上昇し、上昇の仕方が不安定である。このことは、厚紙に影響があると考えた。厚紙は他 3 種の紙より厚いので、紙を貼りつけた際アーチの形がカタナリー曲線から外れていたからだと考えられる。また、弾性力も大きくなるのでアーチを組み立てた時に鉛直上向き方向の力が生じてしまうからと考えた。

図 2 で緩やかに上昇することより静止摩擦係数とアーチの強度の関係は小さいと考えられる。

実験の際、要石以外のブロックは右側と左側それぞれ 3 つのブロックがまとまって並進運動した。その為、それぞれを 1 個の物体として考え、床とブロックの間と、要石とブロックの間の最大静止摩擦力が $F = \mu N$ であると仮定した時の力のつり合いを考えた。



要石から外側に働く力と床と土台の間の静止摩擦力が等しくなるような式は以下のようなになる。

縦方向の力 $2\{\mu N \sin \theta + N \sin(90^\circ - \theta)\} = (m_k + m_w)g$

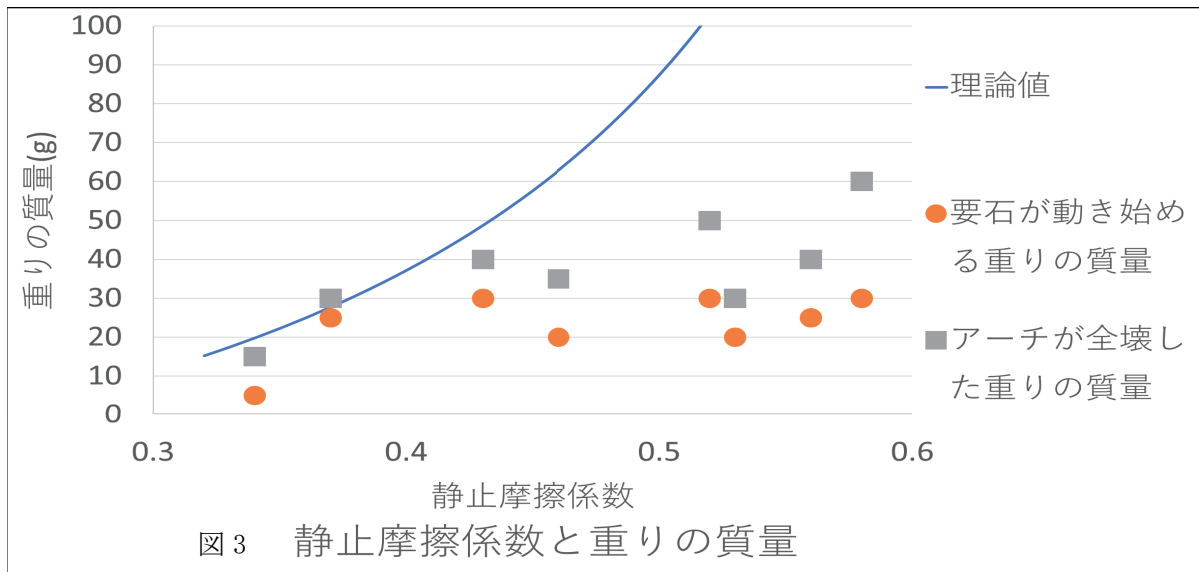
横方向の力 $\mu \cdot \frac{m_k + m_{else} + m_w}{2} g = N \cos(90^\circ - \theta) - \mu N \cos \theta$

これらの連立方程式を m_w について解くと

$$m_w = \frac{m_k(\tan \theta - \mu) - \mu(m_k + m_{else})(1 + \mu \tan \theta)}{\mu^2 \tan \theta - \tan \theta + 2\mu}$$

が得られる。

前項の式が成り立つようにグラフに表し、実験値と比較した。



静止摩擦係数が小さいものは実験値が理論値のグラフに沿っているが、大きくなるにつれて理論値のグラフから外れている。このことより、静止摩擦係数が大きいものは仮定を満たさず、 $F < \mu N$ となっていると考えられる。

結論

静止摩擦係数が大きくなるにつれて、 $F = \mu N$ が成り立たなくなり、そのことで μ の変化によるアーチの強度への影響は小さくなる。

感想

私たちは研究に以下の課題があると考えた。

- ①本研究には再現性がないこと
 - ②考察で出した式をさらに一般化して考えること
 - ③ブロックの数を変えた際、力の伝わり方がどう変化するか考え、実験し、考察することができなかったこと
- の三点である。

最初に①について。摩擦を扱う実験にも関わらず同じ条件での実験を 10 回ずつしか行っていない。人の手で行う実験の試行回数が少なく、再現性がないということなので、今後はこれまでの実験を繰り返し行い、結果が確かなものになるようにしたいと考えている。

次に②については力のつりあいの式を多くのことを仮定して簡略化しているので、それで導いた力は、実際にかかっている力とは異なる。「そのことが考察に載せるグラフで理論値と実験値に差があった原因ではないか」と研究発表でアドバイスをいただいたので、実際にどのように力のつりあいが起きているのか考察したいと考えている。

最後に③について。研究発表の際、「ブロックの数を増やすと、アーチがよりカテナリー曲線に近づくのではないかと」言われたがその時に明確な答えを出すことができなかった。そのため、②の考察を元に仮説を立て、ブロックの数を増やして実験を行いたいと考えている。