

複数の波が重なってできる模様

Patterns Made by Combining Multiple Waves

千葉県立船橋高等学校理数科 3 年

磯部歩帆 溝上航平

はじめに（研究背景）

振幅と位相、波長が同じ 2 つの波が重なりあうとき、2 つの波が同位相で交わる点は強め合いの点、逆位相で交わる点は弱め合いの点という。波源が 2 点のとき、強め合いの条件や弱め合いの条件を満たすところは双曲線状になる。応用としてコンサートステージでは干渉によって音の聞きにくい座席が出来ない設計を行っている。

しかし一方で、3 点以上の波源の場合の理論や応用例は少なく、2 点時での干渉縞以上に複雑なパターンが生まれると考えられる。そこで本研究では、波源を 3 点にしたときの研究を行い、その応用例を考案した。

目的

一般的な波源が 2 点の波の干渉を拡張し、波源を 3 点に増やしたとき、強め合い弱めあいの条件はどのように変わるか、強め合いの場所・弱め合いの場所がどのような箇所になるか研究する。

波源が 3 点のとき、強め合いの点と弱め合いの点は 2 点の波源からの双曲線の交点であると考えられる。

このため、強め合いの点と弱め合いの点は点状に分布すると考えられる。実験では実際に 3 点の波源を用意し、カメラのシャッタースピードを調節することによって波が強め合う点・弱めあう点の位置確認を行った。

実験方法

- ①波源にはスピーカーにストローを垂直につけ、その先端に BB 弾を埋め込んだものを使用した。力学スタンドでスピーカー先端の BB 弾が水面に触れる高さに固定し、振動させて波を起こした。
- ②波源を 3 つ用意し、波を干渉させる。波はストロボの光を通して鏡に拡大されて投影させる。波とストロボの周波数を調節し、腹と節の部分を観察する。

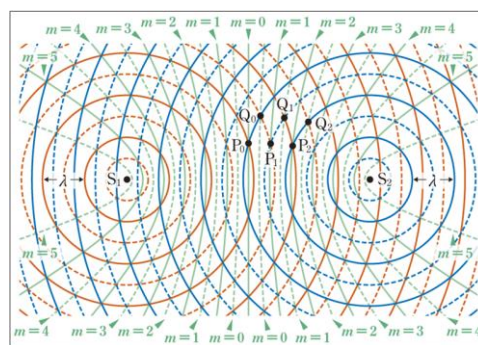


fig1. 2 点の波の干渉

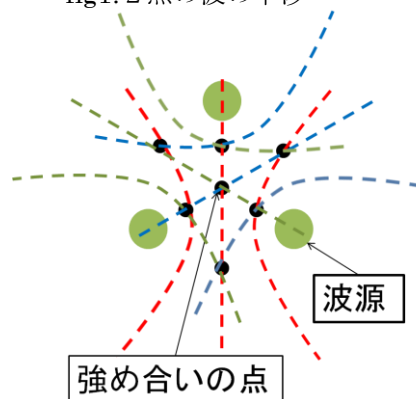


fig2. 3 点の波の干渉の予想図

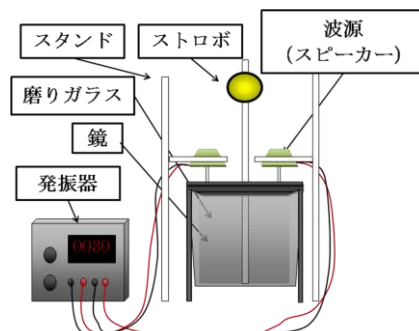
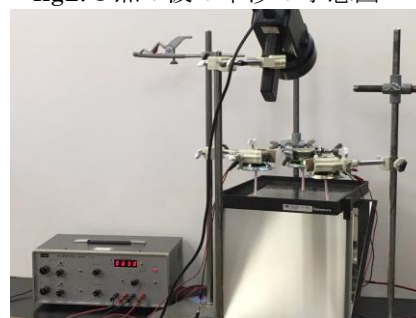


fig3. 実験装置

- ③磨りガラスの様子をカメラのシャッター速度を調整して時間平均の写真を撮影する。
- ④平均の色が濃い所を強め合いの点、薄い所を弱め合いの点として、腹・節の部分を見つける。

実験1 ～原理（波源2つ）の確認～

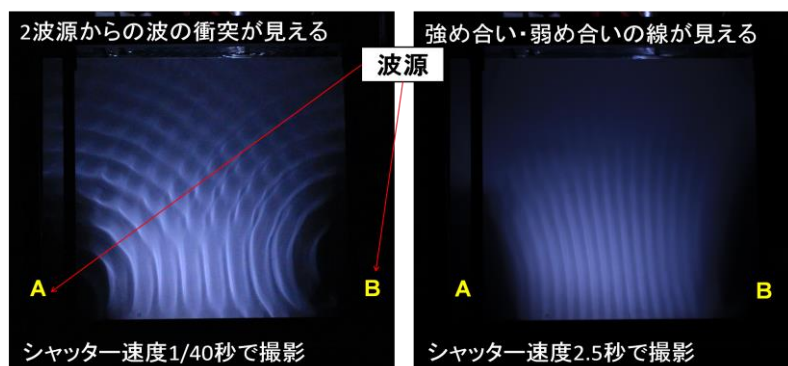


fig4. 波源が2つのときの実験

左の写真はシャッター速度 1/40 秒の写真であり、波が同心円状に出ていることが分かる。白い線と白い線、黒い線と黒い線が交わっている点が強め合い、白い線と黒い線が交わっている点が弱め合いの点になる。右の写真はシャッター速度 2.5 秒での写真である。白い線と黒い線が双曲線状に交互に並び、この実験操作は強め合いの点・弱め合いの点を見つけるのに妥当な方法であると確認することができた。

実験2 ～波源3つの時～

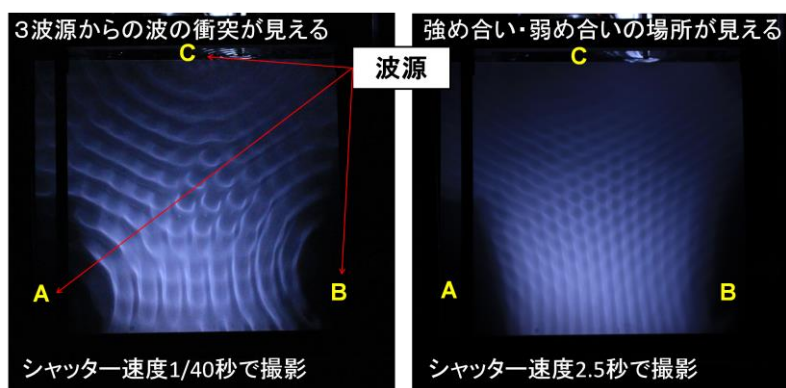


fig5. 波源が3つのときの実験

左の写真はシャッター速度 1/40 秒の写真であり、2点のときと波が干渉していることがわかる。右の写真がシャッター速度 2.5 秒の写真であり、黒と白の模様ができた。

考察

・黒点と白点について

実験より、黒点・白点が離散的な模様を作ったが、強め合い・弱め合いの点がどちらに対応しているかは分からなかった。

そこで、波源の外心は周波数に依存しないことを利用し、周波数を変えて実験2を繰り返したところ、黒点の不動点を見出せた。

また、波源を鈍角三角形となるように設置したところ、不動点は三角形の外側に移動した。よって、不動点は波源の外心であることがわかった。以上より強め合いの点は黒点である。

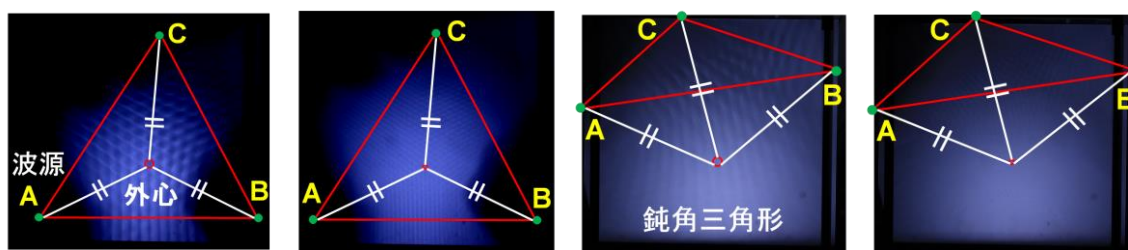


fig6. 周波数を変えて実験

左の2枚の写真は任意の三角形の頂点に波源を配置し周波数を変えて実験を行った際の波の干渉の様子であり、右の2枚の写真は鈍角三角形の頂点に波源を配置し周波数を変えて実験を行った際の波の干渉の様子である。それぞれ2枚の写真を比較すると三角形の外心を中心に干渉縞が伸び縮みしていることがわかる。

・弱め合いの点について

弱め合いの点は波源が2点のとき位相が π ずれた波が重なる場所で発生することが知られている。伝搬によって振幅の減衰が無視できるとき、波源が3点のときは、

$$\sin x + \sin(x+A) + \sin(x+B) = 0$$

$$(-\pi \leq A \leq \pi, -\pi \leq B \leq \pi, B \leq A)$$

が常に成り立てばよい。この式を解くと、

$$A = 2\pi/3, B = -2\pi/3$$

ときのみ解となる(付録参照)。よって、波源が3点のときの弱め合いの点は位相が $2\pi/3$ ずつずれた波が重なる場所で発生する。

結論

シャッター速度を調節することによって波の干渉縞を測定することができる。

波源が3点のとき、強め合いの点は2点のときの双曲線の腹線の交点として考えることができ、3点の外心は必ず強め合いの点となる。しかし、弱め合いの点は同様に双曲線の節線の交点として考えることはできない。

今後の展望

・波源が3点のときの実験において、2点を固定しもう1点を規則的に動かした際の腹と節の部分を観察し、一般的な条件を見つけ、波源の数をさらに増やしたときの干渉の様子を分析する。又、4点では、3点の様に各波源から等距離の点すなわち不動点が存在する条件は4点を結んだ四角形の対角の和が 180° になる時のみであると予想される。

・3点の波源を鈍角三角形の頂点においたとき、不動点の強め合いの点(外心)が三角形の外にあることを応用すると、ホームシアター等でスピーカーを複数使用した時に、最も音がよく聞こえる特等席を見つけることが出来たり、尿管結石の治療に使う衝撃波を多方向から打ち出しターゲットのみに強い衝撃波をあてることが出来る。

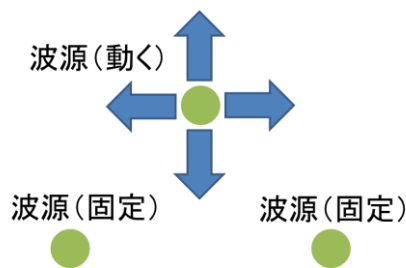


fig7. 3 点の干渉

(1 つを規則的に動かす)

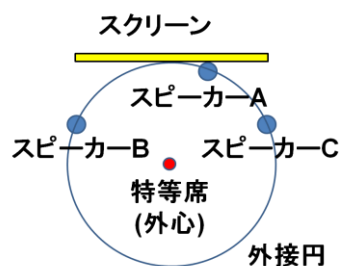


fig8. スピーカーを複数台

使用したホームシアター

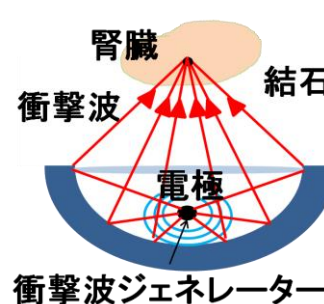


fig9. 尿管結石の従来の治療法

付録 ～弱め合いの点の発生場所の証明～

$\sin x + \sin(x + A) + \sin(x + B) = 0$ を加法定理を用いて整理すると

$$(1 + \cos A + \cos B) \sin x + (\sin A + \sin B) \cos x = 0,$$

となり、 x によらず恒等式となるための必要十分条件は

$$1 + \cos A + \cos B = 0, \quad \text{---①}$$

$$\sin A + \sin B = 0. \quad \text{---②}$$

②より $A = -B$ または $A = \pi/2 + k, B = -\pi/2 + k$ または $A = 3\pi/2 + k, B = -3\pi/2 + k$

(i) $A = -B$ のとき

①に $A = -B$ を代入し、方程式を解くと

$$A = 2\pi/3, B = -2\pi/3.$$

(ii) $A = \pi/2 + k, -B = \pi/2 - k$ のとき

①に $A = \pi/2 + k, -B = \pi/2 - k$ を代入し加法定理を用いて整理すると、 $1 = 0$ となり不適。

(iii) $A = 3\pi/2 + k, -B = 3\pi/2 - k$ のときは(ii)と同様になる。

よって $A = 2\pi/3, B = -2\pi/3$.

参考文献

- ・ [https://ja.m.wikipedia.org/wiki/干渉_\(物理学\)](https://ja.m.wikipedia.org/wiki/干渉_(物理学))
- ・ 物理基礎 数研出版
- ・ www.nakata-uro.com/stone/index.html
- ・ <https://goo.gl/images/BFXjRe> (今後の展望の右図)

研究の経過・反省・感想等

・本研究のテーマ決めのとき元々各々が“波の干渉”というテーマに興味があり、物理志望者が多かったこともあって自ずとそのテーマでの共同研究が決定した。しかしその後、“どうなったらゴールとするのか”というところで目的があやふやになり、プレゼンのときに困った。ようやく水波投影装置を貸していただけることになったのはよかったが、装置が古くて継続的にはうまく作動しない部分

があり、より自分たちの目的にあった装置にするためにも部分的に作り替えるなどして試行錯誤した。中でも波の干渉の様子をちょうど良い具合に擦りガラスに投影することに苦戦した。そうしてやっと完全に装置が完成したのは九月に入ってからだった。また夏休みに階段工事の関係で物理室が使えない日がとても多かったのも苦戦の理由の一つである。そのため実験が思うように進まず定量的なデータがほとんど取れないまま千葉大研究発表会を迎えてしまった。その時のアドバイスはほとんどが“計算もしてみてね”だった。実際装置作りに追われて実験もほとんどできなかった私たちに計算式なんて考える余裕もなかった。

・そしてその後すぐ台湾研修の募集がかかった。溝上は参加しないと言っていたので、参加するのなら私一人である。あまりにも進んでいない研究や英語その他の成績不振により何度も行くことを諦めかけた。がしかし、やっぱりここに來た志望理由の一つを経験しないのはもったいないと思い、参加することを決意した。そこから12月の本番までは、語彙力やコミュニケーション能力に悩まされる地獄のような日々が続いた。でも最終的には参加してよかったと心から思える研修になった。プレゼンの基本をしっかりと叩き込まれたおかげか、1月以降の発表の場では自ずとプレゼンという行為に怖気づかなくなっていた。他にもこれからに生かせそうなことをたくさん学ぶことができた。

・それと同時進行で千葉大研究発表会の時に受けたアドバイスを生かし、計算により強め合いの点、弱め合いの点の位置を割り出そうと奮闘した。当たり前だが4点の方が難しかったが、3点の方も葉限から離れた場所での波の干渉の弱まりの様子などを考慮して正確に出そうとすると計算がとても複雑になってしまい、最終的にはおおよその答えしか求めることができなかった。

・1月以降は発表に向けた資料作りにも追われ、実験はほとんど進めることができなかった。3点の実験も完了できたわけではなく、当初の予定の4点以降なんてもってのほかだった。よって結論は一応書いたものの自分たちが辿り着きたい結論ではなくなってしまった。

・しかし、時間をかけた分、実験装置や実験方法に関しては今回の研究に適したものを使うことができたと思うし、また実験結果から得られたデータを元に適切な考察ができたと思うのでそこはよかった。だが中途半端なまま終わってしまったので1年のときから続けて研究すればよかったなと後悔もしている。

・最後に、この課題研究はやってよかったと思う。波について少しは詳しくなれた気がするし、実験してて楽しかった。たくさんのことを学べたと思う。学校生活との両立は難しかったけれど。有意義な時間もたくさんあった。今回の失敗や成功を、これからに生かしていければいいと思う。