

サイクロイド振り子の拡張 Extension of Cycloid Pendulum

千葉県立船橋高校 理数科 3 年 柴勇斗

<Abstract>

Cycloid pendulum period is not affected by angle. This study is about inside cycloid pendulum and outside cycloid pendulum period.

First, I experimented about normal pendulum and cycloid pendulum period. The angle was changed from 5° to 30° .

The result was that normal pendulum period was affected by angle. Cycloid pendulum period was not affected by angle.

Next, I experimented about inside cycloid pendulum period. The ratio of inside circle to outside circle was changed four patterns.

The result was that 3:1 inside cycloid pendulum period was not affected by angle. The others ratio inside cycloid pendulum period was affected by angle.

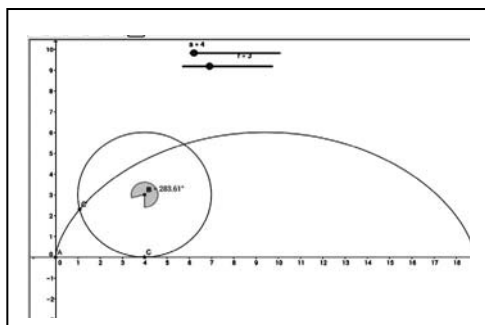
<はじめに>

サイクロイド振り子には振幅を変化させても周期が変化しないという性質がある。そこで他に周期の変化しない振り子があるのか研究する。

<目的>

- ・他種のサイクロイドではどのような振る舞いをするのかについて調べる。
- ・サイクロイド振り子以外に振幅を変化させても周期が変化しない振り子があるかを考察する。

<基礎知識>

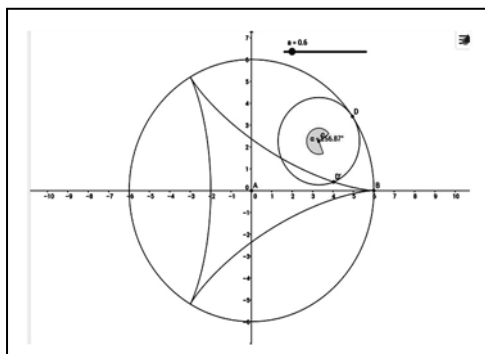


サイクロイド

$$x = a(\theta - \sin \theta)$$

$$y = a(1 - \cos \theta)$$

(a は円の半径)

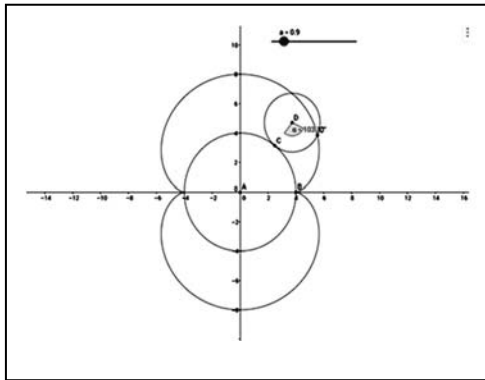


内サイクロイド

$$x = (r - a) \cos \theta + a \cos \left(\theta - \frac{r}{a} \theta \right)$$

$$y = (r - a) \sin \theta + a \sin \left(\theta - \frac{r}{a} \theta \right)$$

(a は内円の半径、 r は外円の半径)



外サイクロイド

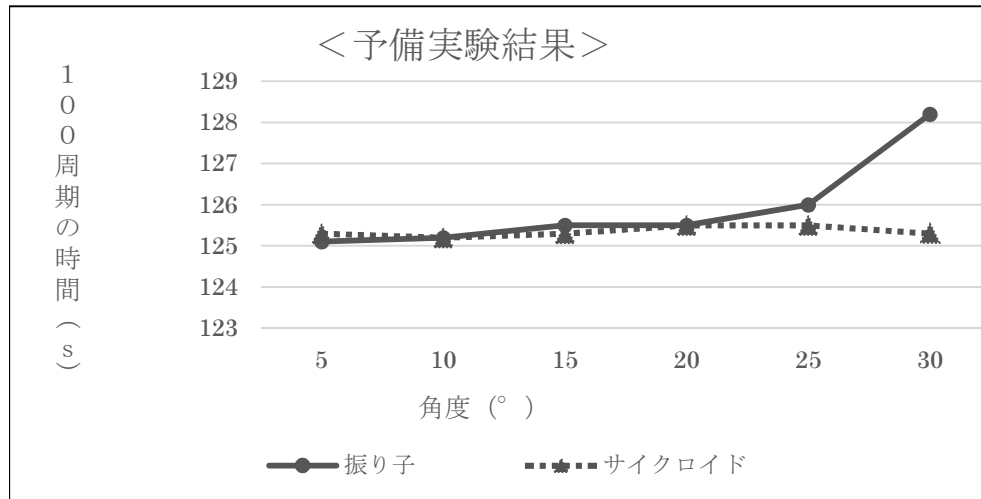
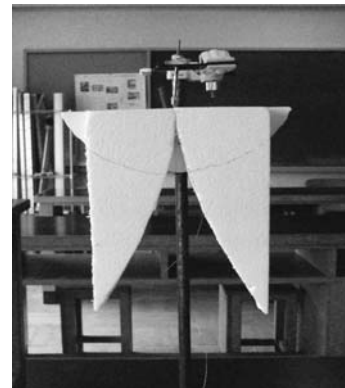
$$x = (r + a) \cos \theta - a \cos \left(\theta + \frac{r}{a} \theta \right)$$

$$y = (r + a) \sin \theta - a \sin \left(\theta + \frac{r}{a} \theta \right)$$

(a は外円の半径、r は内円の半径)

< 予備実験 >

- 長さ 1.55 m の普通の振り子の振幅の角度を 5、10、15、20、25、30 ° と変化させて各周期を調べた。
- 発砲スチロールをつかってサイクロイド曲線を作成し、右の写真のように実験装置を組み立てて、各周期を調べた。
- それぞれ 200 回振り子を往復させて平均をとった。

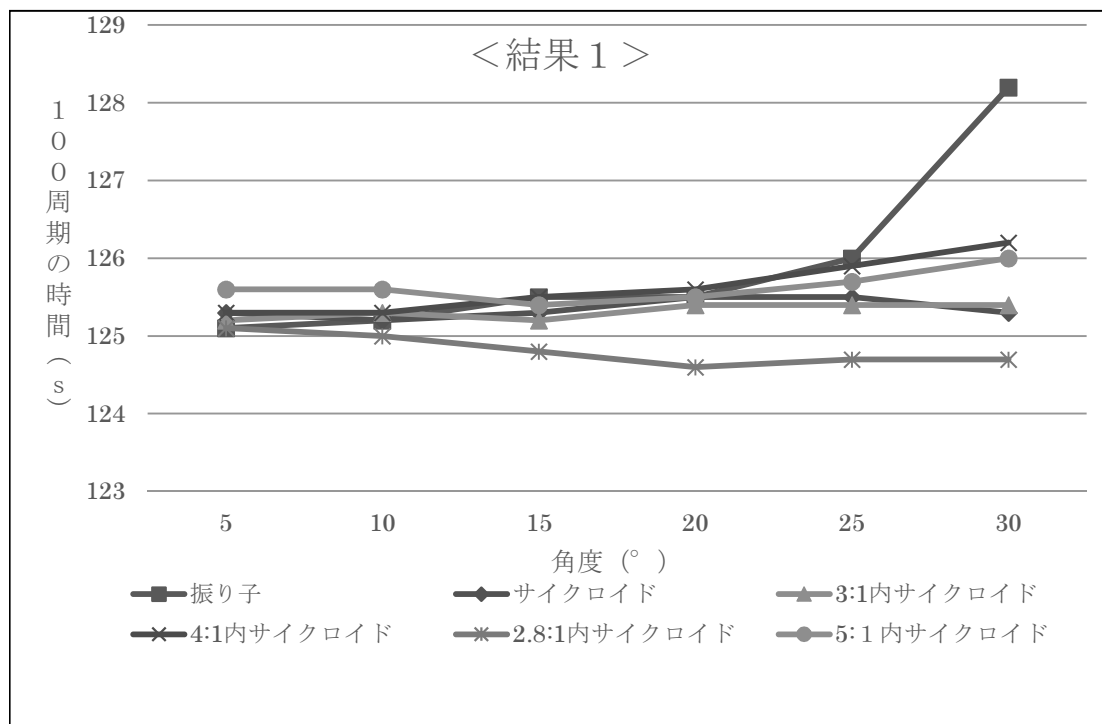


< 予備実験結果 >

- グラフから普通の振り子は角度が 20 ° 以下ならば、周期が変化しないことがわかる。これは単振子の性質である。
- 普通の振り子の角度を 20 ° 以上になると周期が急激に変化していることがわかる。
- サイクロイド振り子は角度を大きくしても周期が変化していないことがわかる。

<実験 1>

内円 10 cm に対して、外円 28、30、40、50 cm の内サイクロイドを作成し
予備実験と同様に実験を行った。



<結果 1>

- ・ 3 : 1 内サイクロイドは周期が変化していないことがわかる。
- ・ 5 : 1 内サイクロイドと 4 : 1 内サイクロイドは周期がサイクロイドと比べて長くなっている。
- ・ 5 : 1 内サイクロイドと 4 : 1 内サイクロイドがほぼ同じ振る舞いをしている。

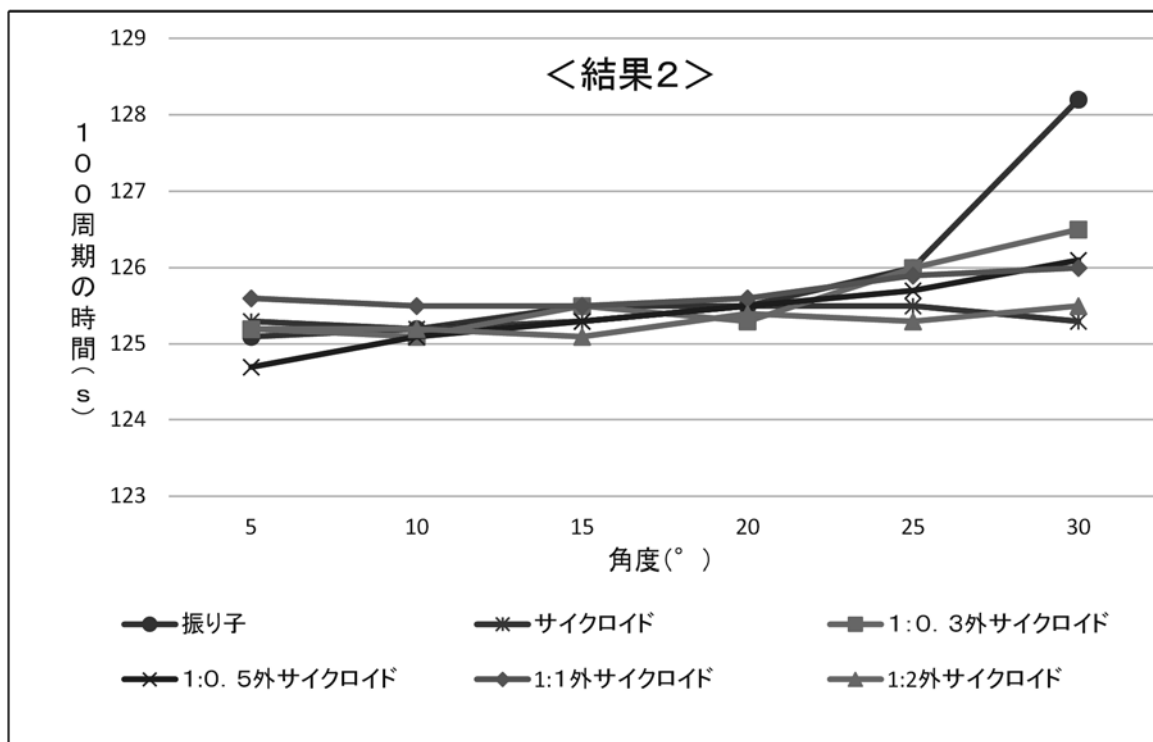
<考察 1>

- ・ 内円に対する外円が小さくなると周期が小さくなると考えられる。
- ・ サイクロイドと 3 : 1 内サイクロイドの周期がほぼ一致していることからこの 2 つには似たような性質があると考えられる。

<実験 2>

内円 10 cm に対して、外円を 3、5、10、20 cm にした外サイクロイドを作成し、同様に実験を行った。

<結果 2>



- ・ 1 : 2 外サイクロイドは周期がほとんど変化していないことがわかる。
- ・ 1 : 0. 3、1 : 0. 5、1 : 1 外サイクロイドは周期が変化していることがわかる。
- ・ 1 : 0. 5 と 1 : 1 外サイクロイドはほぼ同じ周期になっていることがわかる。

<考察 2>

- ・ 内円に対して外円が大きくなると周期が短くなると考えられる。
- ・ サイクロイドと 1 : 2 外サイクロイドは周期が変化していないことから似た性質があると考えられる

<展望>

3 : 1 内サイクロイドと 1 : 2 外サイクロイドがなぜサイクロイドと似たような振る舞いをするのかについて数式化する。

<感想、反省>

最初はなんとなくこの研究を始めたが、1 年間研究を続けることで面白いと感じるようになった。途中いきづまることもあったが最終的には台湾に行き、研究の交流もできて面白かった。