シャープペンシルの芯にかかる力と折れやすさ

The Critical Force to Break a Mechanical Pencil Lead

千葉県立船橋高校 理数科3年 山本竜也

Abstract

In my childhood, I wondered why mechanical pencil leads break so easily. So I started studying to find the condition where mechanical pencil leads can break. I guess 3 factors in breaking leads are pen pressure, length of bare leads, and angles of leads. In Experiment 1, the tip of the lead was pulled by the string with weights in the direction perpendicular to the lead axis. The critical force to break the lead was measured with various length of the bare lead. As a result, I found that the inverse number of the critical force is almost proportional to the length. In Experiment 2, a normal force was added to the lead by a jack with various angles on the paper. The normal force to break the lead was measured with electronic scale. Then, I found that the data has the maximum value in 100-110 °. From the two experiments, it is hard to be broken when the bare lead is short and the angle of it is about 100-110 °.

動機·目的

私は小さいころから筆圧が強く、よく鉛筆やシャープペンシルの芯を折っていた。芯が折れに くくなるようなシャープペンシルの持ち方を発見したいと思い、シャープペンシルの芯の折れに くい条件や折れやすい条件を調べるためにこの研究を始めた。

シャープペンシルの芯が折れる要因として、筆圧、シャープペンシルから出す芯の長さ、シャ ープペンシルを机に立てたときの角度が考えられる。そこで、<u>シャープペンシルの芯が折れる瞬</u> 間に芯の先端にはたらく力とシャープペンシルから出す芯の長さ(実験 1)と芯の角度(実験 2)の 関係を定量的に測定した。

実験1(芯の先端にはたらく力と芯の長さとの関係)

- 1,シャープペンシルをスタンドに床と水平に固定する。
- 2, 芯の先端に真鍮の金具を垂直にかける。金具につけ たひもの他端には1.0g単位でおもりをつるし、水平 に滑車にかけ、芯の先端に対して垂直に力をかける。
- おもりを増やしていき、芯が折れたときのおもりが かけていた力を測る。これを、シャープペンシルから 出す芯の長さを変えて行う。



図1-1 実験1の様子

おもりをつるすことで芯の先端に垂直な力をかける。芯 が折れたときのおもりの総重量を芯を折るために必要な 最小限の力とする。芯の長さを変えて実験を行い、芯の 長さと芯を折る最小限の力との関係を測定する。

実験1の結果



縦軸を芯の折れる瞬 間の力、横軸を出した芯 の長さとしてグラフを作 成すると、反比例のグラ フのようになったので、 縦軸を芯の折れる瞬間の 力の逆数としてグラフを 作成した。

<u>グラフより、芯の折れる</u> 瞬間の力の逆数と出す芯 の長さには一次関数の関 係がある。

図 1-2 芯の折れる瞬間の力の逆数(1/N)と出した芯の長さ(mm)の関係 直線は3回の平均の最小二乗法による近似直線をあらわす。切片は負の値になった。

実験1の理論

シャープペンシルから出ている部分の芯の長さを L、 芯の先端にはたらく力を f、シャープペンシル内部で 芯を押さえている点(点 P)からシャープペンシルの先 端までの長さを L'(定数)、シャープペンシルの先端 にかかる力を f'(定数)とする(図 1-3)。芯が折れる瞬 間の点 P を軸とすると力のモーメントのつり合いの式 は、

$$f' \times L' = (L + L') \times f$$

整理して、

$$\frac{1}{f} = \frac{L}{f' \cdot L'} + \frac{1}{f'}$$

図 1-3 シャープペンシルの芯の先端にはたらく力をあらわすモデル シャープペンシルの芯の先端にはたらくカ f、シャープペンシルの先端にか かるカ f'、シャープペンシル内部で芯を支える力の 3 力によって芯が折 れると考えた。

よって、 $\frac{1}{f}$ とLは傾き $\frac{1}{f'L'}$ 、切片 $\frac{1}{f'}$ の一次関数の関係になる。

これは実験結果(図 1-2)をよく表している。

実験1の考察

理論と実験の比較から、実験をよくあらわす理論を構築できた。

図 1-2 の切片からシャープペンシルの芯が折れる条件となる力 f'が求められるが、実験結果では切片は負になってしまった。また、L'の値がわかれば、傾きから f'が求められるが、点 Pの位置がわからなかったため L'を測定することが出来なかった。しかし、0 点補正や L を 0 mm に近付けた実験から、f'は 10 N、L'は 0.5 mm 程度になることがわかった。

実験2(芯にはたらく垂直抗力と芯と面のなす角度との関係)

- 先端から芯を 5.0 mm 出したシャープペンシルを スタンドに角度をつけて固定する(実験1と同じ芯 を使用)。その下にジャッキを設置し、電子てんび んを乗せ、電子てんびんの上にわら半紙を乗せる。
- 2, ジャッキを上げて、芯に力をかける。わら半紙 にひもをつなぎ、ひもを水平に滑車にかける。
- 3, ひもの先に 500 g のおもりをつるし、わら半紙 を 30 cm 引く。芯が折れなかったとき、芯にかけ る垂直抗力を少し大きくして再び実験を行う。芯が折れ たとき、ジャッキが芯にかけていた垂直抗力(電子てん びんが示していた値)を記録する。これを、芯と電子て んびんのなす角度θを変えて行う。



図 2-1 わら半紙をスライドさせる前の様子 ジャッキの高さを調節することで芯にかける垂直抗 カを調節する。芯が折れたときの垂直抗力のうち最 小のものを記録した。芯と電子てんびんのなす角度 を変えて実験を行い、芯にかかる最小の垂直抗力と 芯と電子てんびんのなす角度との関係を測定する。





図 2-2 芯の折れるときの垂直抗力 N(N)と芯が電子てんびんとなす角度 θ (°)の関係 曲線は理論値で θ = 90 °、 θ = 114 °を漸近線にもつ。データは 0~50 °と 110~180 °の範囲では N=Fc/lcos θ |の式であらわすことができる。なお、110~160 °(灰色の点)では、わら半紙をスライドさせ る前に芯が折れたので、そのときの垂直抗力を記録した。

実験2の理論

芯と机の間の角度を θ 、芯にかかる垂直抗力(ジャッキ でかけた力)をN、芯と紙との間の静止摩擦係数を μ 、5.0 mm 出ている芯を折る芯に垂直な力をFc とすると、Fc はN を分解した力と μ N を分解した力の合力であるので、

$\mathbf{F}\mathbf{c} = \mu\mathbf{N}\sin\theta + \mathbf{N}\cos\theta$

と表せる。Nの大きさを考えて整理すると、



図 2-3 角度のついた芯にかかる力をあらわしたモデル N とµNの芯との垂直成分が芯を折る力 Fc となる。芯との平行成分 は、芯を押し込んだり引っ張ったりする力となる。

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{F}\mathbf{c}}{|\mu\sin\theta + \cos\theta|}$$

実験1より、Fc=1.4N、 θ =90 °のときFc= μ Nより、 μ =Fc/N=0.44なので、これらの数値を代入して実験結果と比較した(図2-2実線)。また、 μ Nsin θ +Ncos θ =0のとき、すなわち θ =114 °のとき、芯にかかる力の垂直成分が相殺され、理論上芯が折れない(図2-2漸近線)。

実験2の考察

図 2-2 において、実験のグラフと理論のグラフは角度θが垂 直に近いところ(約 90~100°)で一致した。芯の角度θが水平



に近いとき、芯を折る力は摩擦力の分力 μ N $|sin \theta|$ より垂直抗力の分力 N $|cos \theta|$ の方がはるかに大きくなる。紙を引く前から N $|cos \theta|$ が芯を折る力 Fc と一致していたと考え、Fc=N $|cos \theta|$ のグラフと実験データを比較すると、約 0~50 °と約 110~180 °の範囲で一致した。

90 °以上のとき、垂直抗力の分力 Ncos θ と摩擦力の分力 μ Nsin θ は逆方向なので摩擦がはた らくと芯を折ろうとする力は弱くなる。芯に摩擦力がはたらかないとき、芯を折ろうとする力が 最も大きくなるので、この範囲でデータのほとんどが N=Fc/ $|\cos \theta|$ のグラフに乗ると考えられ る。実際、110~180 °の範囲ではわら半紙をスライドさせる前に芯が折れた。そのため、理論 上では θ =114 °で芯は最も折れにくくなるが、実験では最大値は 90~114°の間にあった。

以上から、約 50~90 ° の範囲のグラフは N=Fc/| $\mu \sin \theta + \cos \theta$ |のグラフと N=Fc/| $\cos \theta$ |の グラフを合成したものだと考えられるが、90 ° を境に傾きが急に変わった理由はわからない。

結論

実験1より、シャープペンシルから出す芯の長さが短く、実験2より、芯の角度がペンの進む 方向に対して、100~110°に近いと芯は最も折れにくい。

日本では文字は原則左から右側へ書く。これを実験2と比較すると、右利きでは θ <90°,左 利きでは 90°< θ と対応し、グラフより芯が折れない筆圧(垂直抗力)は 90°~114°の範囲にあ ることから左手で文字を書いた方が折れにくい。

参考文献

日本筆記具工業会 <u>http://www.jwima.org/sharp-pencil/s02-1sharp-pencil/s02-1sharp-pencil.html</u> pencil-friend.com <u>http://www.pencil-friend.com/use-kosa/</u>

反省·感想

自分の身近な疑問をテーマにすることができたので、非常によい研究ができたと思う。特に、 実験に対する理論を考えて、実験結果と比べて考察できたことがよかった。また、実験2では芯 の角度が水平に近づくほど失敗する回数も多くなって苦労することもあったが、あきらめずに実 験をしてかなりよいデータが取れたので、失敗してもあきらめてはいけないということを学んだ。

今後研究を続けるとしたら、他の種類の芯でも実験をして、立てた理論の普遍性を確立したい。 さらに、研究では左利きの方が筆圧が強くても芯が折れにくい結果となったが実際に右利きの人 の筆圧と左利きの人の筆圧を測り、右利きと左利きで筆圧の違いがあるのか統計的に調べたい。